

Problemas sobre sistemas de inferencia difusos

Lógica Difusa

Julio Waissman Vilanova

1. Supongamos que tenemos un termostato con el que queremos regular la temperatura de una habitación mediante un dispositivo que puede enfriar o calentar según sea la temperatura que haya en la habitación. El objetivo es que la temperatura de la habitación siempre se mantenga en un intervalo de $[18^\circ, 22^\circ]$. Se pide:
 - a) Definir el universo del discurso, las variables lingüísticas, las posibles particiones y sus posibles etiquetas para describirlos.
 - b) Construir los conjuntos difusos necesarios para representar los tres posibles estados, diciendo que valores comprende y proponiendo gráficamente una función de pertenencia acorde a cada uno de los estados.

2. Supongamos que tenemos que estudiar el funcionamiento del diafragma de una cámara de fotos. El diafragma es un mecanismo de la cámara cuya función es abrirse o cerrarse dependiendo de la luz que le llegue a un sensor. Supongamos que a una luminosidad de 100 lumen debe abrirse hasta un radio máximo de 1 mm. Para valores menores de 100 se considera una luminosidad baja y para valores mayores (hasta 200 se considera el umbral máximo de luminosidad) se considera alta. Considera que de 0 a 100 el aumento de la luminosidad debe ser lineal, y análogamente con el descenso (de 100 a 200).

Además, hay que considerar la velocidad del objeto que se fotografía. Mediante técnicas de transformación se consigue que las variaciones de la velocidad se encuentren en la misma escala y sigan el mismo comportamiento.

Por otra parte la salida (abertura del diafragma) debe tener las mismas características en cuanto a comportamiento. La variación sobre la posición estándar de la apertura del diafragma se mide en el intervalo $(-10, 10)$. Se quiere diseñar un sistema de inferencia difusa para controlar la apertura del diafragma. Las reglas que deben usarse son:

R_1 : Si la luminosidad es baja y la velocidad es baja entonces el diafragma se abre poco.

R_2 : Si la luminosidad es baja y la velocidad es alta entonces el diafragma se abre mucho.

R_3 : Si la luminosidad es alta y la velocidad es baja entonces el diafragma se abre mucho.

R_4 : Si la luminosidad es alta y la velocidad es alta entonces el diafragma se abre poco.

- a) Desarrolla un SIF tipo Mamdani tal que, para una luminosidad de 100 lumen y una velocidad de 100 la apertura sea de 1 mm y que en los extremos tenga la máxima y la mínima variación posible respectivamente.
 - b) Calcula el valor de salida para una luminosidad de 140 y una velocidad de 140, utilizando el método de defuzzificación COA y el método MOM.
3. Supongamos que se desarrolla un sistema automático de frenado de un automóvil con transmisión automática. En dicho vehículo se cuenta un sensor de proximidad y la velocidad del automóvil. Por lo tanto se puede utilizar como variables para la toma de decisión la proximidad de un objeto enfrente del automóvil, la velocidad a la que se acerca o se aleja el objeto (suponiendo que el objeto sea otro automóvil), y la velocidad del automóvil en sí. La decisión que se tiene que tomar son los grados a los cuales se aprieta el pedal del freno, considerando como 0° cuando NO se presiona el pedal y 60° cuando se presiona el pedal a fondo (se asumen frenos ABS).

- a) Diseñe un sistema de tipo Mamdani, en el cual se consideren 3 variables de entrada (proximidad, variación de la proximidad y velocidad del automóvil), y una variable de salida (grados del pedal de freno), con las siguientes características:
- 1) La posición se describe por 3 etiquetas lingüísticas (cerca, normal y lejos), donde normal se define por una función de pertenencia de tipo gaussiana.
 - 2) La variación de la proximidad se define por 3 etiquetas lingüísticas (se acerca, se mantiene a la misma distancia y se aleja), donde «se mantiene a la misma» se define por una función de pertenencia trapezoidal.
 - 3) La velocidad del automóvil se describe por 2 etiquetas lingüísticas (lento y rápido).
 - 4) Los grados de presión del pedal se describen por 5 etiquetas lingüísticas (nada, poco, mas o menos, mucho y todo), en las que las funciones de pertenencia de las etiquetas «poco», «mas o menos» y «mucho» se describen por funciones de pertenencia triangulares.
- b) Calcule cuanto tendría que presionarse el pedal de freno si el vehículo tiene un objeto a 10 metros, que se aproxima a 1 metro por segundo, y el automóvil circula a una velocidad de 40 Km. por hora. Calcularlo con:
- Defuzzificación COA y t-norma mínimo.
 - Defuzzificación COA y t-norma producto.
 - Defuzzificación MOM y t-norma mínimo.
 - Defuzzificación MOM y t-norma producto.
- c) De razones por las que escogería utilizar:
- La defuzzificación COA sobre el MOM, o viceversa.
 - Utilizar el mínimo como t-norma sobre el producto, o viceversa.
4. Para modelar una enfermedad infecciosa vamos a usar un modelo muy simplificado, pero que se sigue utilizando actualmente, basado en las ecuaciones de Volterra:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1(t)}{dt} &= -ax_1(t) + bx_1(t)x_2(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= -bx_1(t)x_2(t)\end{aligned}$$

donde $x_1(t)$ es la densidad de la población infectada en el tiempo t y $x_2(t)$ es la densidad de la población no infectada en el tiempo t . Las constantes a y b se consideran mayores que cero. Esta ecuación solamente es válida para $x_1(t) \geq 0$ y $x_2(t) \geq 0$ (lo que tiene sentido, ya que una densidad de población negativa no significa nada. Para que esto se cumpla es necesario especificar las condiciones iniciales $x_1(0) \geq 0$ y $x_2(0) \geq 0$). Intuitivamente, las ecuaciones dicen que los individuos que no están infectados se infectan con una tasa proporcional a $x_1(t)x_2(t)$, lo que mide la interacción entre los individuos infectados con los individuos sanos. El término $-ax_1(t)$ representa la proporción de individuos que no mueren por la enfermedad y sobreviven y se vuelven inmune a esta.

El problema consiste en desarrollar un sistema difuso de alarma, el cual nos proporcione alarmas sobre una enfermedad contagiosa cuando esta puede devenir en epidemia (o pandemia como el N1H1).

Así, el problema consiste en diseñar un sistema de inferencia difuso tal que reciba como entradas a $x_1(t)$ y a $x_2(t)$ y devuelva como salida una indicación de una condición de advertencia.

Para definir los diferentes tipos de advertencias, primero vamos a establecer las advertencias en un caso convencional (no difuso o crisp). Las alarmas posibles serían:

Alerta amarilla. «La densidad de individuos infectados está fuera de lo común». Esta alarma se dispara si $x_1(t) > \alpha_1$ donde α_1 es una constante positiva.

Alerta naranja. «La densidad de población infectada está fuera de lo común, y el número de individuos infectados es mayor que el número de individuos no infectados». Esto ocurre si $x_1(t) > \alpha_1$ y $x_2(t) + \alpha_2 \leq x_1(t) < x_2(t) + \alpha_3$, donde $\alpha_2 < \alpha_3$ constantes positivas.

Alerta roja. «La densidad de individuos infectados esta fuera de lo común y el número de individuos infectados es mucho mayor al número de individuos no infectados». Esto ocurre si $x_1(t) > \alpha_1$ y $x_2(t) + \alpha_3 \leq x_1(t)$.

Para resolver el problema hay que hacer lo siguiente:

- a) Dibuja y muestra la ecuación analítica para calcular la pertenencia al conjunto difuso «La densidad de población infectada está fuera de lo común» que es equivalente a evaluar en forma difusa el predicado $x_1(t) > \alpha_1$.
- b) Dibuja y muestra la ecuación analítica para calcular la pertenencia al conjunto difuso «El numero de individuos infectados es mayor al número de individuos no infectados» que es equivalente a evaluar en forma difusa el predicado $x_2(t) + \alpha_2 \leq x_1(t) < x_2(t) + \alpha_3$.
- c) Dibuja y muestra la ecuación analítica para calcular la pertenencia al conjunto difuso «El número de individuos infectados es mucho mayor al número de individuos no infectados». Esto es equivalente a evaluar en forma difusa el predicado $x_2(t) + \alpha_3 \leq x_1(t)$.
- d) Dibuja y muestra las ecuaciones analíticas para determinar los valores lingüísticos de salida «Sin alerta», «alerta amarilla», «alerta naranja» y «alerta roja» en una escala numérica del 0 al 10 (esto es en el intervalo $[0, 10]$), donde 0 es sin alarma y 10 es la alarma máxima.
- e) Establece un sistema de inferencia difusa para calcular en lugar de 3 alarmas, una alarma dentro del intervalo $[0, 10]$. Este resultado puede mostrarse a el usuario como una escala de colores o como un número que de un valor más preciso que el uso de únicamente 3 etiquetas. Escribe las reglas de inferencia a utilizar.
- f) Determina cual T-norma utilizar en el sistema de inferencia difusa, así como el método de defuzzificación. Justifica tus respuestas.
- g) Programa el sistema de alarmas difuso, utilizando valores de a , b , α_1 , α_2 y α_3 seleccionados por ti mismo. Recuerda de hacer una pequeña búsqueda bibliográfica que justifique (por lo menos) los valores de a y b utilizados en el modelo.