

KARAKTER DİZGİLERİ, BAĞINTILAR, FONKSİYONLAR

KESİKLİ MATEMATİKSEL YAPILAR

2012-2013

Karakter Dizgisi

- **Tanım 3.1.1:** Bir X kümesi üzerinde bir *karakter dizgisi* (string) X kümesindeki öğelerden oluşan bir sonlu dizidir.
- Hiç bir öğesi olmayan bir karakter dizgisine *boş karakter dizgisi* (null string) denir ve ϵ ile gösterilir.
- Bir X kümesi üzerinde tanımlı tüm karakter dizgilerinin kümesi X^* ile gösterilir.

Karakter Dizgileri Üzerinde İşlemler

- Bir karakter dizgisinin *uzunluğu* o karakter dizgisi içinde yer alan öğelerin sayısıdır. Bu bir a karakter dizgisi için $|a|$ ile gösterilir.
- Eğer a ve b iki karakter dizgi ise, a karakter dizgisini b karakter dizgisiyle takip eden yeni karakter dizgisine a ve b karakter dizgilerinin *birbiri ardına eklenmesi* (concatenation) denir ve bu ab ile gösterilir.

Altdizgi

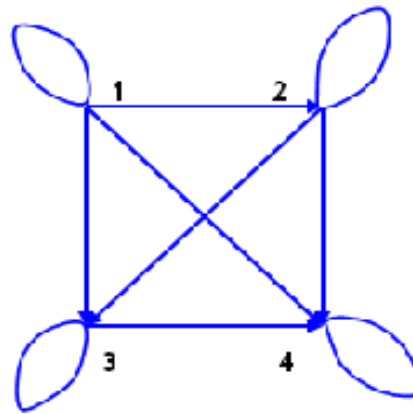
- **Tanım 3.1.6:** Bir α karakter dizgisi için $\alpha = \gamma\beta\delta$ olacak şekilde bir β karakter dizgisi mevcutsa, β karakter dizgisine (ya da γ ya da δ) α karakter dizgisinin *altdizgisi* denir.

İkili Bağntı

- **Tanım 3.2.1:** Bir X kümesinden diğer bir Y kümesine bir R *ikili (binary) bağntısı* $X \times Y$ kartezyen çarpımının altkümesidir.
- Eğer $(x,y) \in R$ ise, bu xRy şeklinde yazılır. x ögesi R bağntısıyla y ögesiyle *bağntılıdır* denir.
- $\{x \in X \mid \text{bazı } y \in Y \text{ 'ler için } (x,y) \in R\}$
kümesine R bağntısının *tanım kümesi*
- $\{y \in Y \mid \text{bazı } x \in X \text{ 'ler için } (x,y) \in R\}$
kümesine de R bağntısının *değer kümesi* denir.

Yönlü Çizge

- Bir küme üzerinde tanımlı bir bağıntının resmine o bağıntının *yönlü çizgesi* (digraph) denir.



Bağıntı Türleri

- **Tanım 3.2.3:** X kümesi üzerinde tanımlı bağıntı R olsun. Eğer $(x,y) \in R$ olduğunda $(y,x) \in R$ oluyorsa bu R bağıntısına *simetrik bağıntıdır* denir.
- **Tanım 3.2.4:** X kümesi üzerinde tanımlı bağıntı R olsun. Eğer her $x \in X$ için $(x,x) \in R$ ise, R bağıntısına *yansımali bağıntıdır* denir.

Bağıntı Türleri

- **Tanım 3.2.5:** X kümesi üzerinde tanımlı bağıntı R olsun. Eğer her $x, y \in X$ için, eğer $(x, y) \in R$ ve $(y, x) \in R$ olduğunda $x=y$ ise, R bağıntısına *antisimetrik bağıntıdır* denir.

Bağıntı Türleri

- **Tanım 3.2.6:** X kümesi üzerinde tanımlı bağıntı R olsun. Eğer her $x, y, z \in X$ için $(x, y) \in R$ ve $(y, z) \in R$ olduğunda $(x, z) \in R$ oluyorsa, R bağıntısına *geçişmeli bağıntıdır* (transitive) denir.
- **Tanım 3.2.7:** X kümesi üzerinde tanımlı bağıntı R olsun. Eğer R bağıntısı yansımali, antisimetrik ve geçişmeli ise, R bağıntısına *kısmi sıralama bağıntısı* denir.

Karşılaştırılabilirlik

- X kümesi üzerinde tanımlı kısmi sıralama bağıntısı R olsun. Eğer $x, y \in X$ ve ya $x \leq y$ ya da $y \leq x$ ise, bu durumda x ve y elemanlarına *karşılaştırılabilirdir* denir. Eğer $x, y \in X$ ve $x \not\leq y$ ve $y \not\leq x$ ise, x ve y elemanlarına *karşılaştırılmazdırlar* denir.
- Eğer X kümesinden alınan her eleman çifti karşılaştırılabilir ise, bu durumda R *bağıntısına tam sıralı bağıntıdır* denir.

Ters Bağntı

- **Tanım 3.2.9:** Bir X kümesinden bir Y kümesine bağntı R olsun.

$$R^{-1} := \{(y, x) \mid (x, y) \in R\}$$

ile tanımlanan, Y kümesinden X kümesine bağntısına R bağntısının *ters bağntısı* denir ve R^{-1} ile gösterilir.

Bileşke Bağntı

- **Tanım 3.2.10:** Bir X kümesinden bir Y kümesine bir bağntı R_1 ve Y kümesinden bir Z kümesine bir bağntı R_2 olsun.

$$R_2 \circ R_1 := \{(x, z) \mid \text{bazı } y \in Y \text{ 'ler için } (x, y) \in R_1 \text{ ve } (y, z) \in R_2\}$$

ile tanımlanan X 'den Z 'ye olan bağntıya, R_1 ve R_2 bağntılarının *bileşke bağntısı* denir ve bu $R_2 \circ R_1$ ile gösterilir.

Denklik Bağntısı

- **Teorem 3.2.11:** X kümesinin bir parçalanması $\mathbf{S}$ olsun.

Bazı $S \in \mathbf{S}$ 'ler için hem x hem de y , S kümesine aitse xRy yazalım. Bu şekilde tanımlanan R bağntısı yansımali, simetrik ve geçişmeli bağntıdır.

- **Tanım 3.2.13:** X kümesi üzerinde tanımlı yansımali, simetrik ve geçişmeli bağntıya *denklik bağntısı* denir.

Denklik Bağntısı

- **Teorem 3.2.15:** X kümesi üzerinde tanımlı bir denklik bağntısı R olsun. Herbir $a \in X$ için

$$[a] = \{x \in X \mid xRa\}$$

kümesini tanımlayalım. Bu durumda

$$S = \{[a] \mid a \in X\}$$

kümesi X kümesinin bir parçalanmasını oluşturur.

Denklik Sınıfı

- **Tanım 3.2.16:** X kümesi üzerinde tanımlı bir denklik bağıntısı R olsun. Herbir $a \in X$ için

$$[a] = \{x \in X \mid xRa\}$$

kümesine R bağıntısı ile verilen X kümesinin *denklik sınıfları* denir.

Denklik Sınıfları Sayısı

- **Teorem 3.2.18:** X sonlu kümesi üzerinde tanımlı bir denklik bağıntısı R olsun. Eğer herbir denklik sınıfı r sayıda öğeye sahipse, bu durumda $|X|/r$ sayıda denklik sınıfı vardır.

Ölçken İşlemcisi

- **Tanım 3.3.2:** x bir negatif olmayan tamsayı ve y bir pozitif tamsayı olsun. x 'in y ile bölümünden kalan değer “ $x \bmod y$ ” ile gösterilir ve buna *ölçken işlemcisi* (modulus operatörü) denir.

ISBN

- **Örnek 3.3.3:** *International Standart Book Number* (ISBN) araları çizgi ile ayrılmış 10 karakterlik bir kodlamadır.
- Örneğin ,

978-1-59448-950-1

gibi.

ISBN kodu beş adet parçadan oluşur.

1. parça 978 ‘dir,
2. parça grup kodudur,
3. parça yayınevi kodu,
4. parça kitabı tanımlayan kod
5. parça kontrol karakteridir.

Kontrol karakteri ISBN kodunun geçerliliği için kullanılır.

Sözde Rasgele Sayılar

- **Örnek 3.3.5:** Bilgisayarlar sıklıkla rasgele durumları benzetirler. Örneğin, oyun programı zar atma işlemi benzetilebilir.
- Bu tür programlar rasgele sayı üretirler. Bu *sayılara sözde-rasgele (pseudorandom) sayılar* denir.
- Sözde-rasgele sayılar üretmek için kullanılan yöntemlerden biri uyumluluk yöntemidir.
- Bu yöntem dört adet tamsayı kullanır:
 1. m modulu,
 2. a çarpanı, $2 \leq a < m$
 3. c artma değeri $0 \leq c < m$
 4. s toğumlama değeri $0 \leq s < m$
- Eğer $x_0 = s$ alırsak, sözde-rasgele sayılar
$$x_n = (ax_{n-1} + c) \bmod m$$
ile elde edilir.

floor - ceiling

● Örnek 3.3.7

1. $\lfloor 8.3 \rfloor = 8$
2. $\lfloor -8.7 \rfloor = -9$
3. $\lfloor 6 \rfloor = 6,$
4. $\lceil 9.1 \rceil = 10,$
5. $\lceil -11.3 \rceil = -11,$
6. $\lceil -8 \rceil = -8$