

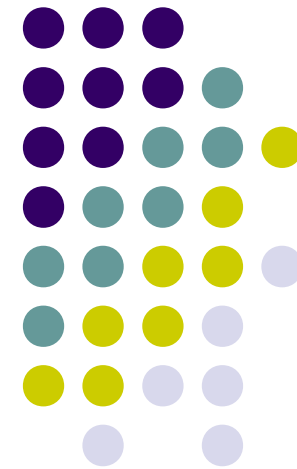
Operatori locali su immagini digitali

Definizione degli operatori locali

Filtri di smoothing

Filtri di sharpening

Filtri derivativi





Operatori locali

- Questi operatori sono usati per:
 - miglioramento della qualità di un'immagine (come per gli operatori puntuali)
 - estrazione di caratteristiche dell'immagine (immagine in ingresso $\rightarrow$ immagine delle caratteristiche)
- Il valore di uscita dell'operatore nel punto (i,j) dipende solo dai valori di ingresso in un vicinato del punto (i,j)



Operatori locali / Filtraggio

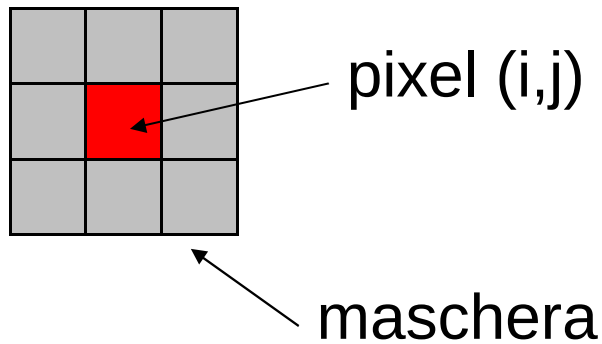
- L'applicazione di un operatore locale si definisce anche *filtraggio*.
- Di conseguenza un operatore locale viene anche chiamato *filtro*.
- Per definire completamente un filtro occorre precisare:
 - la regione di applicazione
 - l'operazione da effettuare
- La regione di applicazione è di solito disposta in maniera simmetrica rispetto al punto di riferimento.
- Le operazioni possono essere lineari o non lineari

Operatori locali

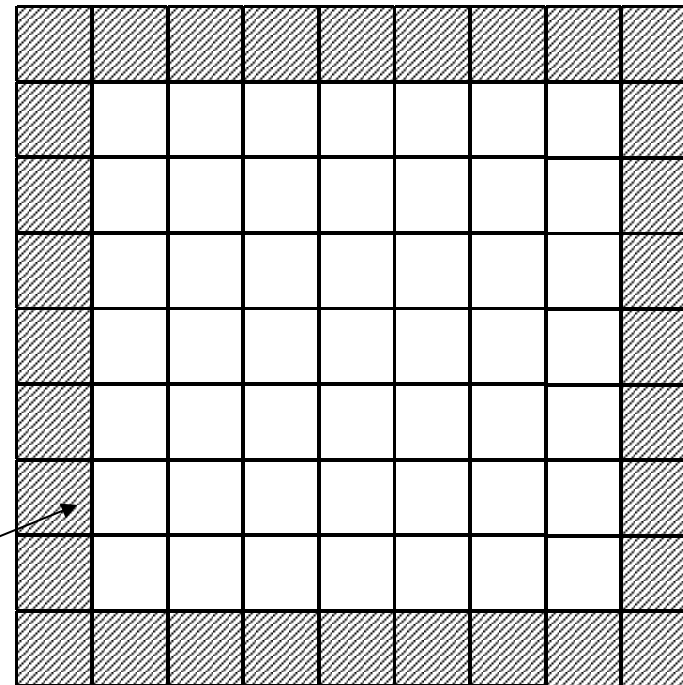


Di solito si individua l'intorno su cui si valuta l'operatore tramite una maschera.

Particolare attenzione va posta all'elaborazione sui punti di bordo dell'immagine



bordo su cui non si può valutare l'operatore



Operatori locali



- L'effetto di bordo si può gestire in due modi diversi:
 - Si valuta l'operatore solo sui punti per cui è disponibile un vicinato al quale applicare la maschera. L'immagine risultante è quindi più piccola dell'originale.
 - Per ottenere un'immagine delle stesse dimensioni dell'originale si orla quest'ultima di una cornice di punti (con quali valori ?) che permette di applicare l'operatore anche sui punti di bordo.

Filtri lineari



- Nei filtri lineari l'uscita è una combinazione lineare dei valori dei pixel di ingresso.
- I coefficienti della combinazione sono disposti su una sottoimmagine delle stesse dimensioni del vicinato del punto, in modo da corrispondere ai punti che vanno a pesare.
- La sottoimmagine viene definita maschera o filtro (filter, mask, kernel). Perciò si parla di *filtraggio spaziale*.

$w(-1,-1)$	$w(-1,0)$	$w(-1,+1)$
$w(0,-1)$	$w(0,0)$	$w(0,+1)$
$w(+1,-1)$	$w(+1,0)$	$w(+1,+1)$

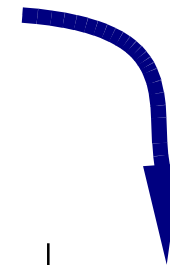
$f(i-1,j-1)$	$f(i-1,j)$	$f(i-1,j+1)$
$f(i,j-1)$	$f(i,j)$	$f(i,j+1)$
$f(i+1,j-1)$	$f(i+1,j)$	$f(i+1,j+1)$

Filtri lineari



$w(-1,-1)$	$w(-1,0)$	$w(-1,+1)$
$w(0,-1)$	$w(0,0)$	$w(0,+1)$
$w(+1,-1)$	$w(+1,0)$	$w(+1,+1)$

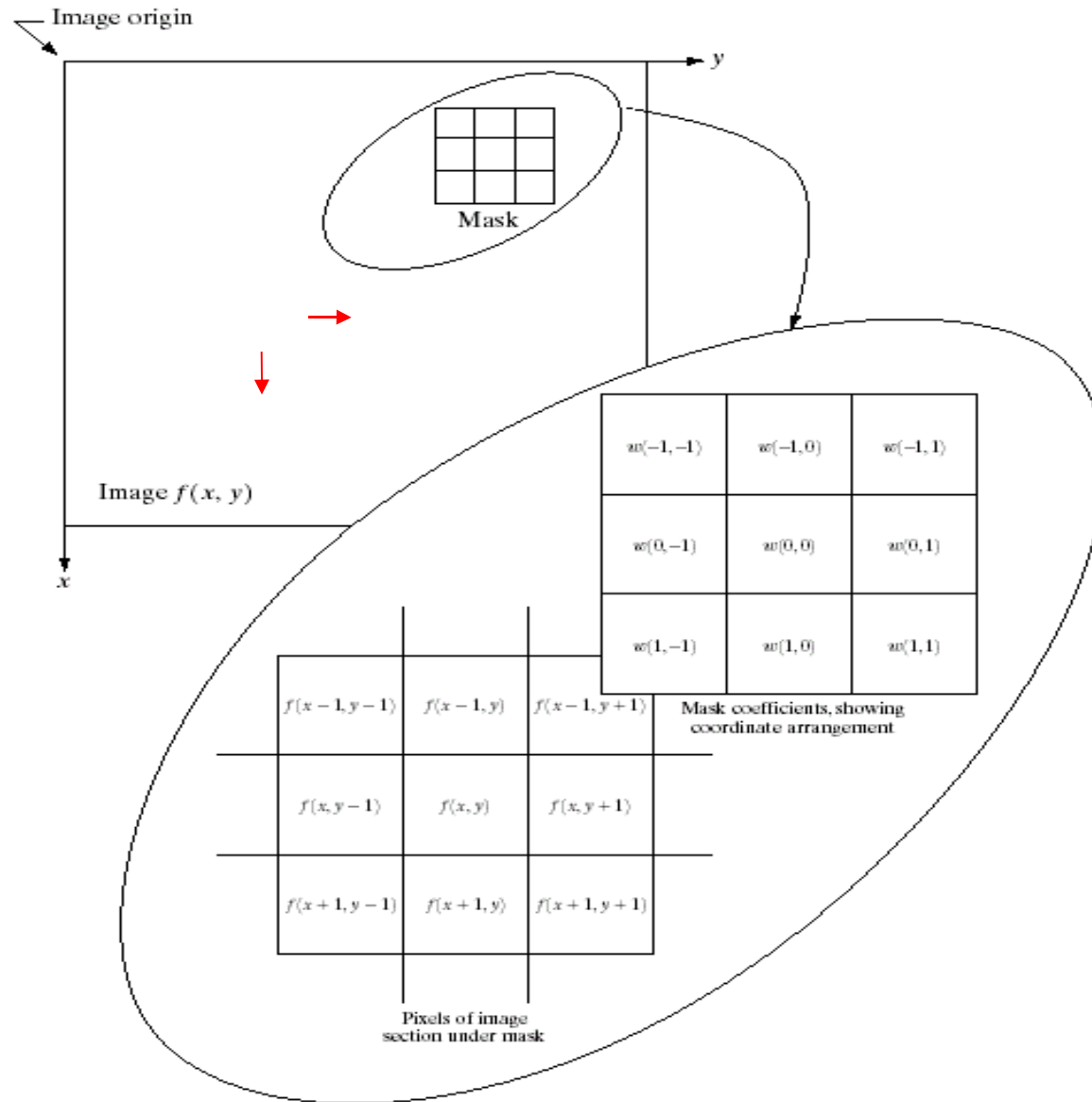
$f(i-1,j-1)$	$f(i-1,j)$	$f(i-1,j+1)$
$f(i,j-1)$	$f(i,j)$	$f(i,j+1)$
$f(i+1,j-1)$	$f(i+1,j)$	$f(i+1,j+1)$



		$g(i,j)$	

$$g(i,j) = \sum_{h=-1}^{+1} \sum_{k=-1}^{+1} w(h,k) f(i+h,j+k)$$

Filtri lineari



La maschera va applicata su tutti i punti (i, j) dell'immagine di partenza.
(*spostamento o scorrimento del filtro*)

Correlazione e convoluzione

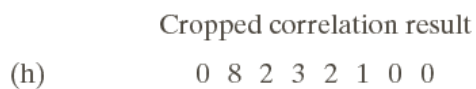
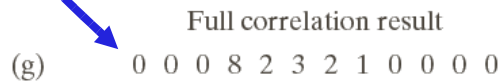
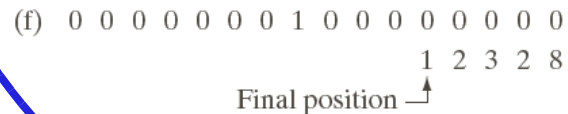
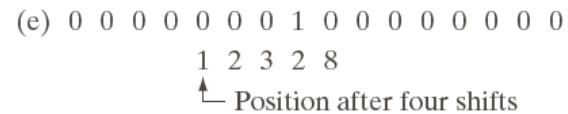
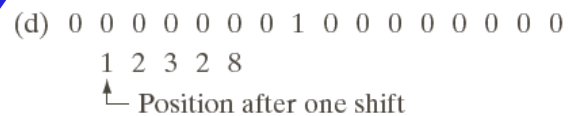
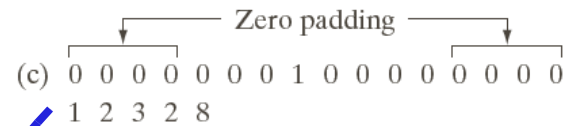
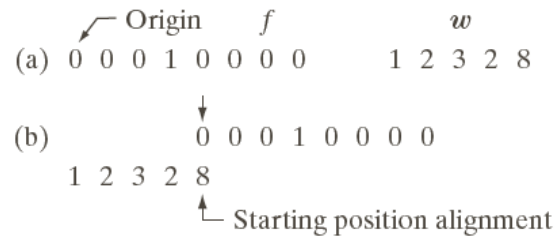


- L'operazione vista finora va sotto il nome di *correlazione*
- Una versione diversa di calcolo del filtro è data dalla *convoluzione*, nella quale la maschera è *ribaltata (flipped)* lungo le due direzioni prima della somma.

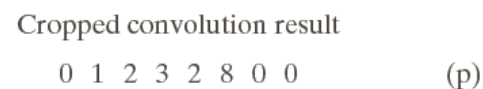
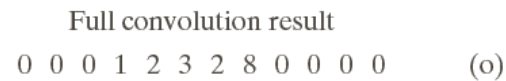
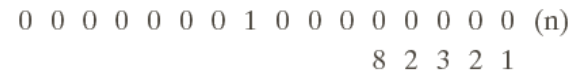
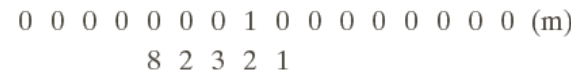
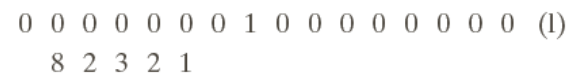
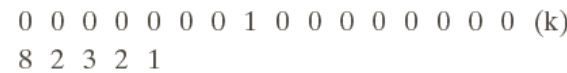
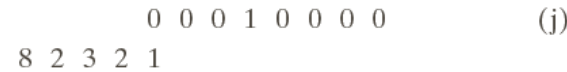
Correlazione e convoluzione



Correlation



Convolution



Impulso unitario discreto

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Correlazione e convoluzione



- Correlazione tra w e f :

$$w \circ f = \sum_{h=-a}^{+a} \sum_{k=-b}^{+b} w(h,k) f(i+h,j+k)$$

- Convoluzione tra w e f :

$$w * f = \sum_{h=-a}^{+a} \sum_{k=-b}^{+b} w(h,k) f(i-h,j-k)$$

- Nel calcolo della convoluzione, il flipping è applicato a f invece che a w .
- Si noti che $w * f = f * w$



Filtri non lineari

- Anche per i filtri non lineari, il valore risultante in un punto (i,j) dipende dal valore dei pixel nel vicinato di (i,j) definito tramite una maschera.
- La valutazione anche in questo caso richiede che la maschera “scorra” su tutta l’immagine
- Esempio di filtro non lineare:

$$g(i, j) = \max_{\substack{-1 \leq h \leq +1 \\ -1 \leq k \leq +1}} f(i+h, j+k)$$

Filtri di smoothing



- Sono filtri per il miglioramento della qualità dell'immagine
- Hanno l'effetto di diminuire il contrasto locale dell'immagine; sono usati per eliminare i dettagli inutili (blurring) o legati alla presenza di rumore (noise cleaning)



Filtri di smoothing lineari

Tipicamente, calcolano la media dei valori dei pixel in un intorno simmetrico (3x3, 5x5, 7x7,...)

$$\frac{1}{9} \times$$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

$$\frac{1}{25} \times$$

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1



Filtri a media pesata

Sono utilizzate anche altre maschere che realizzano una media pesata (es. filtro gaussiano)

$$\frac{1}{9} \times$$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

0.0113	0.0838	0.0113
0.0838	0.6193	0.0838
0.0113	0.0838	0.0113

gaussiana a media=0 e
dev. standard=0.5

Caratteristiche dei filtri di smoothing



- Se l'immagine risultante è destinata alla visualizzazione, i valori dei suoi pixel devono restare entro la gamma dei livelli di grigio rappresentabili (es. 0-255)
- A questo scopo, i coefficienti del filtro devono soddisfare alcune condizioni:

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \quad \sum w_i = 1$$

- A queste condizioni, una zona a valore di grigio costante entro la maschera del filtro resta immutata dopo il filtraggio e l'effetto del filtro resta limitato ai dettagli dell'immagine (zone ad alta freq. spaziale)

Caratteristiche dei filtri di smoothing



- In generale l'implementazione di un filtro di media ponderata si può realizzare tramite l'equazione:

$$g(i,j) = \frac{\sum_{h=-1}^{+1} \sum_{k=-1}^{+1} w(h,k) f(i+h,j+k)}{\sum_{h=-1}^{+1} \sum_{k=-1}^{+1} w(h,k)}$$

Blurring



F.Tortorella

EIID 2012/2013

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Blurring





Smoothing non lineare

- Una tecnica alternativa è quella di usare un filtro mediano
- E' un filtro non lineare che fornisce in uscita il valore mediano dell'intorno del pixel
- Esempio:

	7	10	12
	6	38	11
	9	11	6

6 6 7 9 10 11 11 12 38



valore
mediano
Università degli Studi
di Cassino e del L.M.



Noise cleaning

- Un'applicazione dei filtri visti finora è la rimozione di rumore sovrapposto all'immagine.
- Consideriamo due tipi principali di rumore
 - rumore impulsivo, detto anche “sale e pepe” (*salt & pepper*). Viene caratterizzato dalla frazione (in %) dell'immagine modificata.
 - rumore gaussiano bianco. Viene caratterizzato dalla media e dalla varianza.

Rumore salt & pepper



F.Tortorella

EIID 2012/2013

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Noise Cleaning



In questo caso, i filtri di media non danno buoni risultati

Filtro di media 3x3

salt&pepper 10%



salt&pepper 20%



F.Tortorella

EIID 2012/2013

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Noise Cleaning



Filtro di media 5x5



Noise Cleaning



- Che cosa succede se si utilizza un filtro mediano ?
- Si consideri la stessa regione di applicazione

Noise Cleaning



Filtro mediano 3x3



Noise Cleaning



Filtro mediano 5x5



Rumore gaussiano



media=0 varianza=0.01



media=0 varianza=0.1



Cleaning del rumore gaussiano



media=0 var=0.01

Filtro di media 3x3



Filtro mediano 3x3



Cleaning del rumore gaussiano con filtro mediano



media=0 var=0.1

Filtro di media 3x3



Filtro mediano 3x3



Cleaning del rumore gaussiano



media=0 var=0.01

Filtro di media 5x5



Filtro mediano 5x5



Cleaning del rumore gaussiano con filtro mediano



media=0 var=0.1

Filtro di media 5x5



Filtro mediano 5x5



Confronto filtro di media/filtro mediano

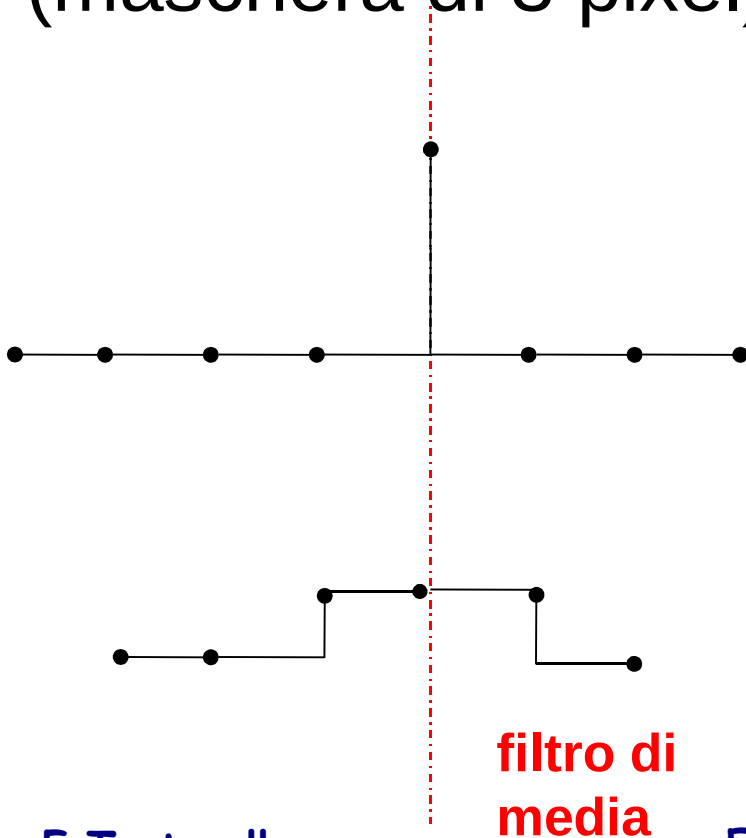


- Perché il filtro mediano ha un risultato mediamente migliore del filtro di media ?
- Consideriamo il comportamento dei due filtri rispetto
 - al rumore impulsivo
 - ad un fronte

Confronto filtro di media/filtro mediano



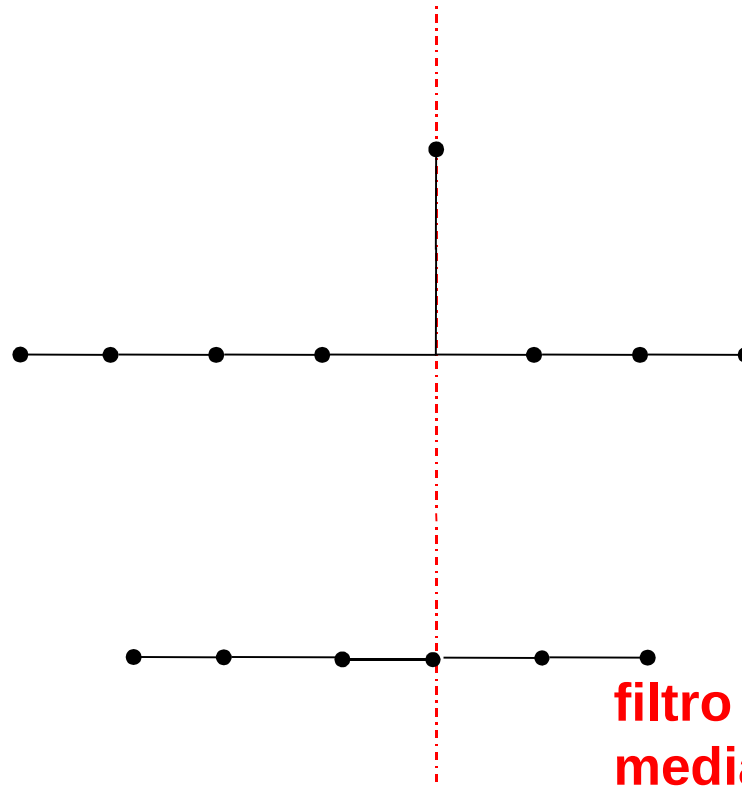
Comportamento rispetto al rumore impulsivo
(maschera di 3 pixel)



F. Tortorella

**filtro di
media**

EIID 2012/2013



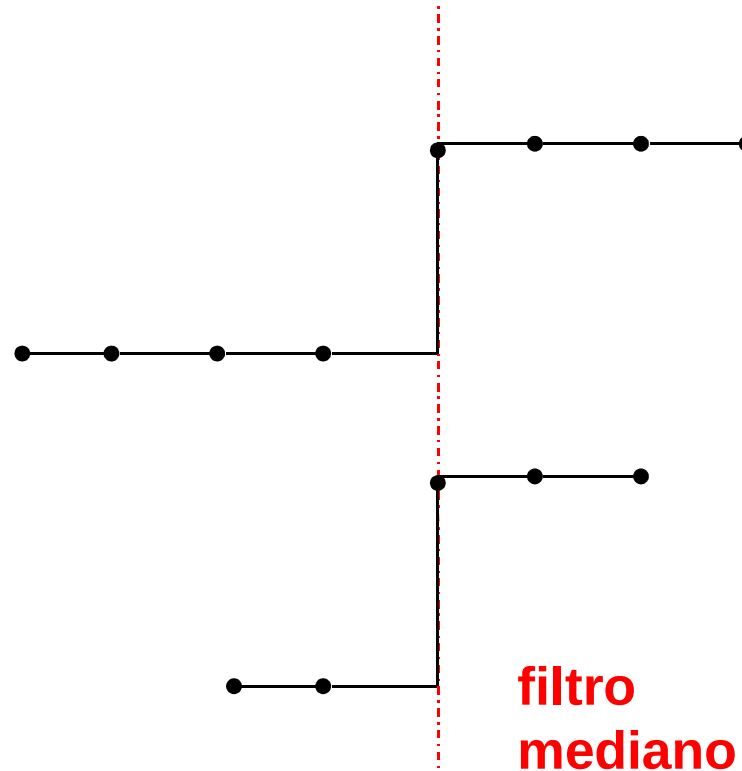
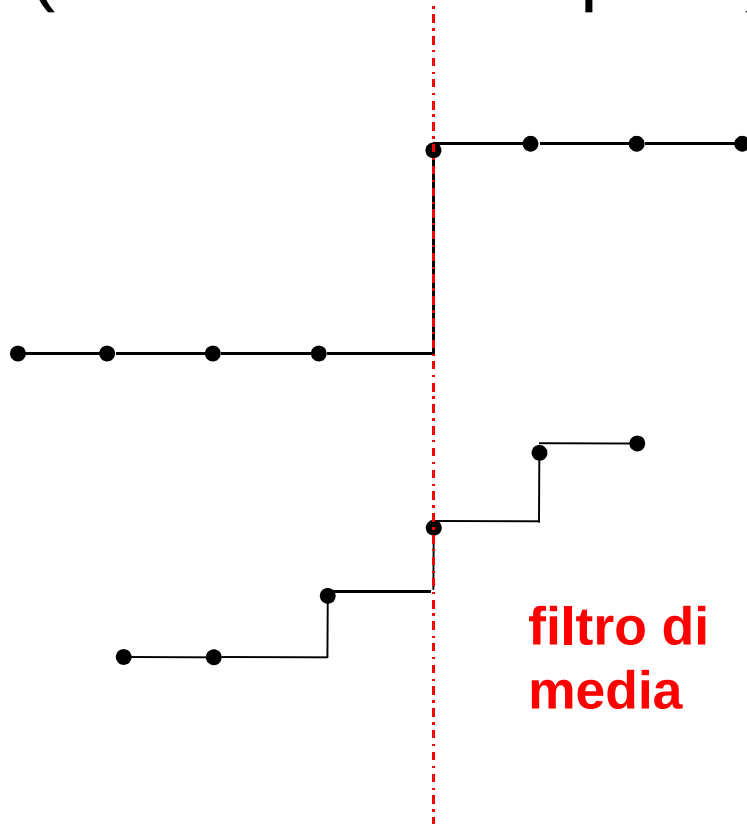
**filtro
mediano**

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Confronto filtro di media/filtro mediano



Comportamento rispetto ad un fronte
(maschera di 3 pixel)



F.Tortorella

EIID 2012/2013

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Confronto filtro di media/filtro mediano



- Il filtro di media tende a creare nuovi livelli di grigio prima non esistenti.
- Inoltre, attenua non solo il rumore, ma anche tutte le alte frequenze spaziali in maniera indiscriminata, causando così sfocatura, perdita di dettaglio fine e smussatura dei fronti di salita nelle transizioni chiaro/scuro.
- Il filtro mediano non deteriora i fronti di salita, ma elimina i picchi con base sufficientemente piccola rispetto all'ampiezza della maschera



Filtri di sharpening

- Lo scopo di questo tipo di filtri è di incrementare la nitidezza dell'immagine aumentando il contrasto locale.
- Di conseguenza, vengono enfatizzati i dettagli fini e le regioni di bordo, al contrario dei filtri di smoothing.
- In definitiva, tali filtri agiscono come filtri passa-alto rispetto alla frequenza spaziale

Filtri di sharpening: implementazione



- Vengono realizzati tramite operazioni di differenziazione spaziale.
- L'ampiezza della risposta di un operatore differenziale è proporzionale al grado di discontinuità dell'immagine nel punto in cui l'operatore è applicato.
- La differenziazione dell'immagine enfatizza i bordi e altre discontinuità (rumore) e deenfattizza le aree con livelli di grigio lentamente variabili.

Filtri di sharpening: implementazione



- Consideriamo filtri di sharpening basati su derivate di primo e secondo ordine.
- Come si realizza una derivata su un'immagine digitale ?
 - Tramite differenze
- Proprietà per la derivata di primo ordine:
 - Nulla su aree con livelli di grigio costanti
 - Non nulla all'attacco di un gradino o di una rampa a livelli di grigio
 - Non nulla lungo una rampa a livelli di grigio
- Proprietà per la derivata di secondo ordine:
 - Nulla su aree con livelli di grigio costanti
 - Non nulla all'attacco di un gradino o di una rampa a livelli di grigio
 - Nulla lungo una rampa a livelli di grigio di inclinazione costante

Derivate sull'immagine digitale



Approssimazione per la derivata prima:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \simeq f(x+1, y) - f(x, y)$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \end{array}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \simeq f(x, y+1) - f(x, y)$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Derivate sull'immagine digitale



Approssimazione per la derivata seconda:

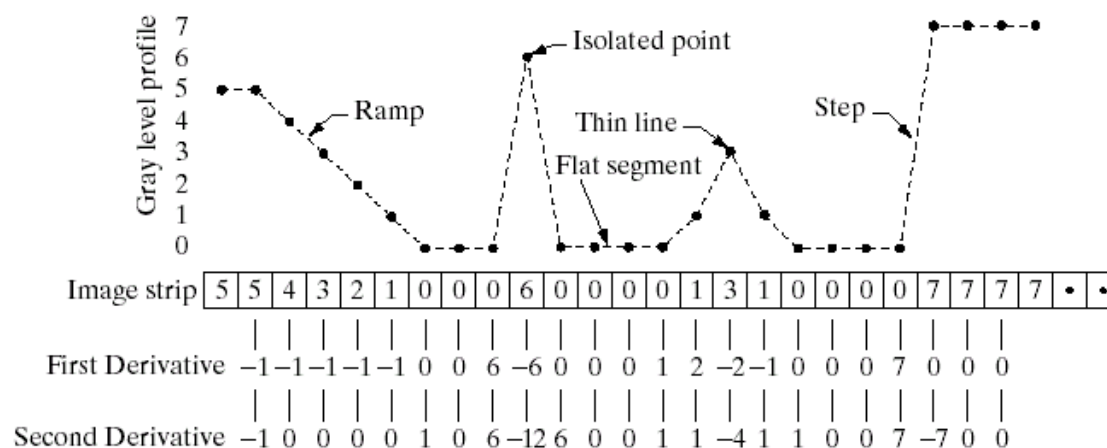
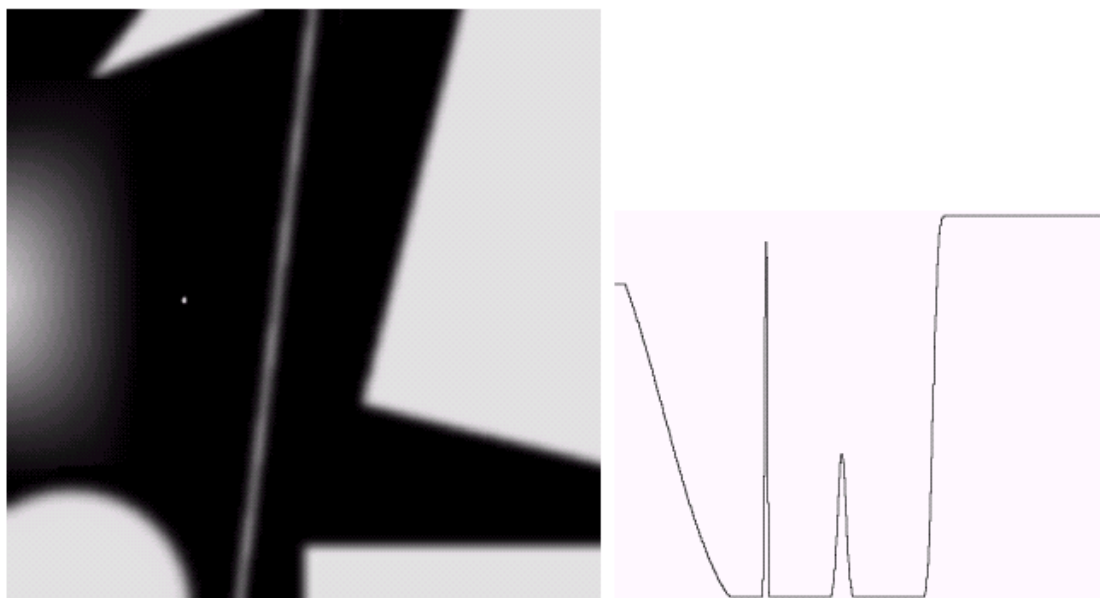
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \simeq f(x+1, y) - f(x, y) - (f(x, y) - f(x-1, y)) =$$
$$f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & +1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \end{array}$$

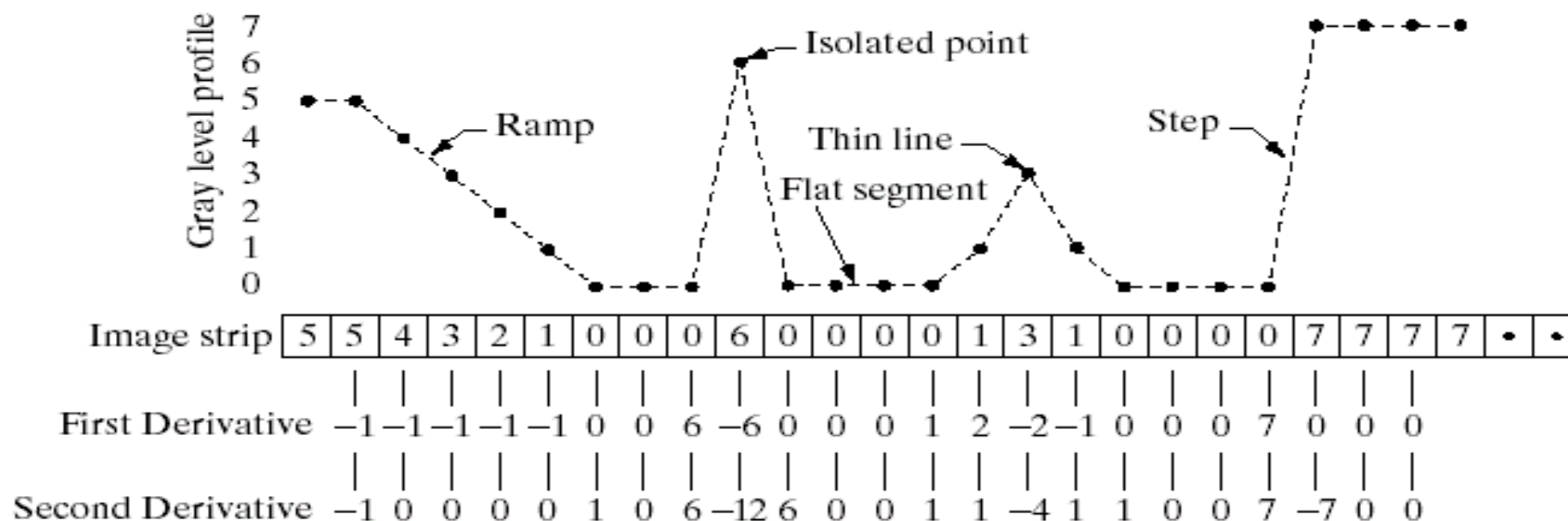
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \simeq f(x, y+1) - f(x, y) - (f(x, y) - f(x, y-1)) =$$
$$f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ +1 & -2 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

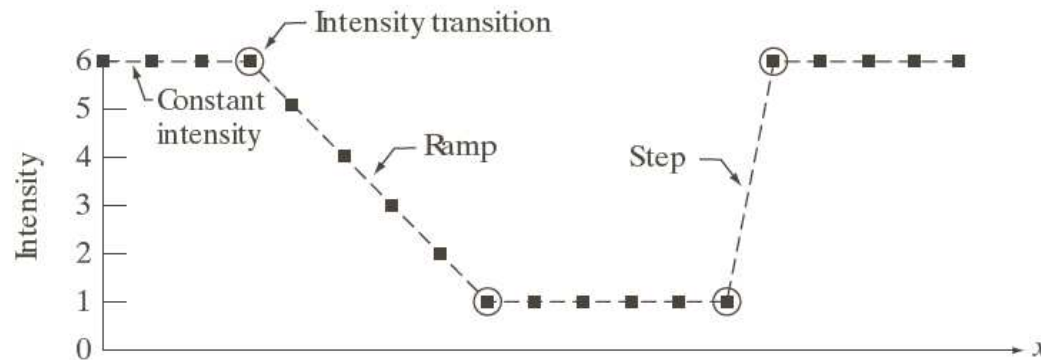
Derivate sull'immagine digitale



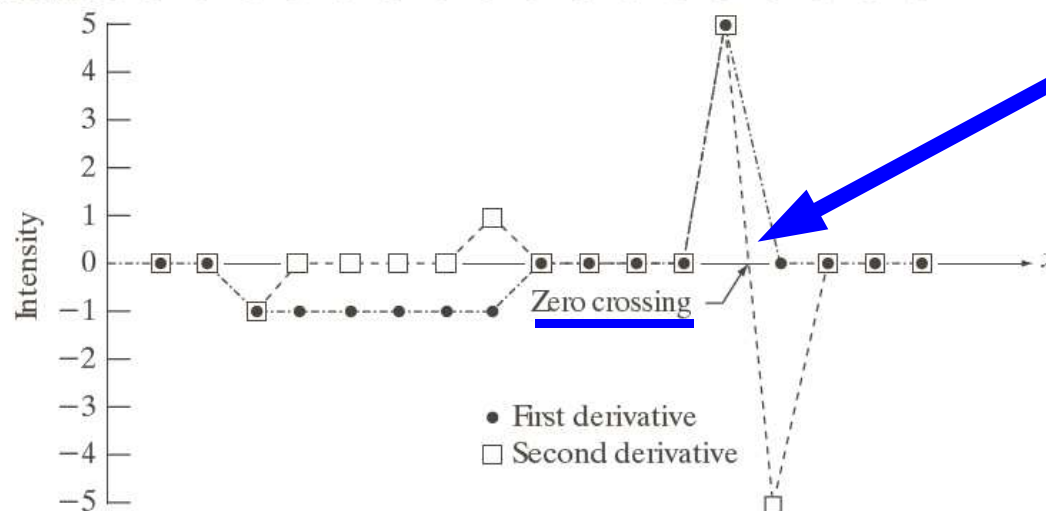
Derivate sull'immagine digitale



Derivate sull'immagine digitale



Scan line	6	6	6	6	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	x
1st derivative	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	
2nd derivative	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	5	-5	0	0	0	0	



Il laplaciano



- Nel definire un operatore differenziale del secondo ordine, una caratteristica da garantire è che la risposta sia indipendente dalla direzione della discontinuità nell'immagine (operatore *isotropo*).
- L'operatore isotropo è *invariante per rotazione*.
- L'operatore derivativo isotropo più semplice è il laplaciano:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Il laplaciano

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$



- L'implementazione del laplaciano per immagini digitali si realizza utilizzando le implementazioni delle derivate seconde

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

0	+1	0
0	-2	0
0	+1	0

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

0	0	0
+1	-2	+1
0	0	0


$$\nabla^2 f$$

0	+1	0
+1	-4	+1
0	+1	0

Altre realizzazioni del laplaciano



- Esistono altre implementazioni che offrono una “migliore isotropia”:

0	+1	0
+1	-4	+1
0	+1	0

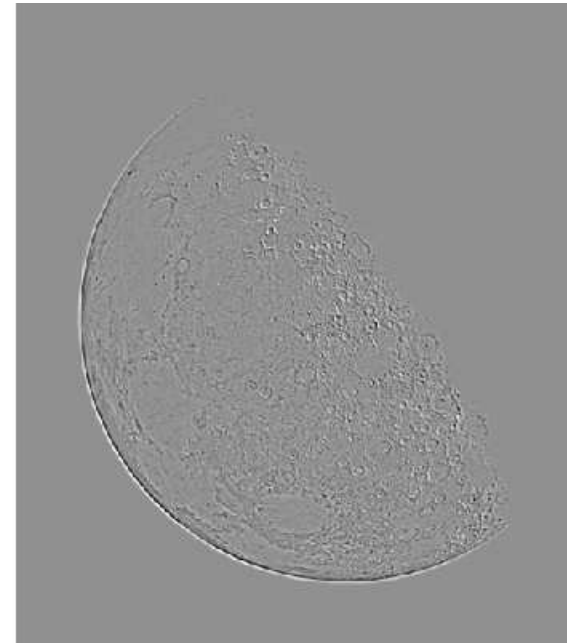


+1	+1	+1
+1	-8	+1
+1	+1	+1

Invariante per rotazioni di 90°

Invariante per rotazioni di 45°

Il laplaciano



F.Tortorella

EIID 2012/2013

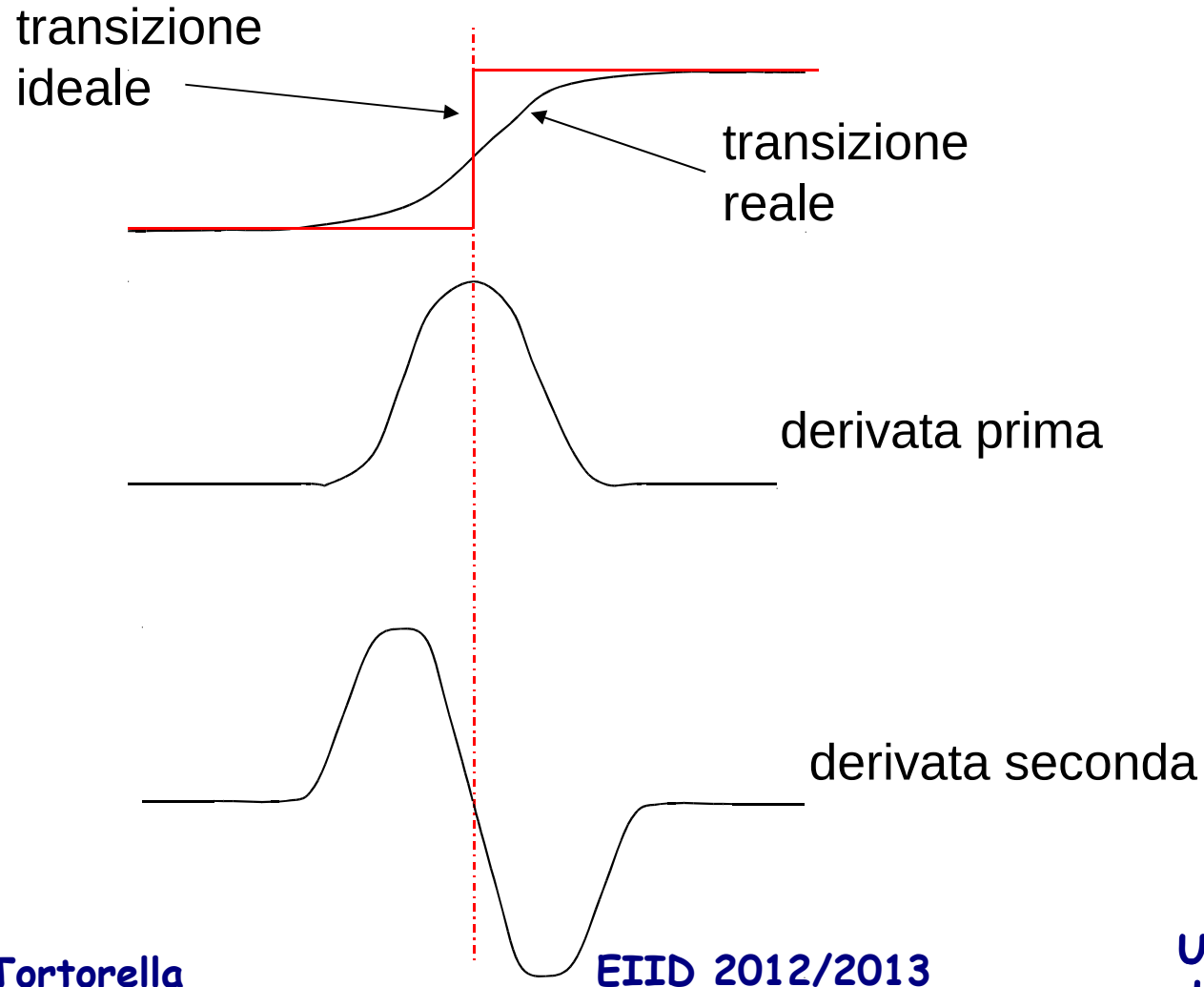
Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Filtri di sharpening realizzati tramite il laplaciano



- In quanto operatore derivativo, il laplaciano enfatizza le zone di bordo e deenfattizza le zone a livelli di grigio lentamente variabili.
- Per ottenere l'immagine migliorata, è necessario combinare l'immagine originale con il laplaciano.

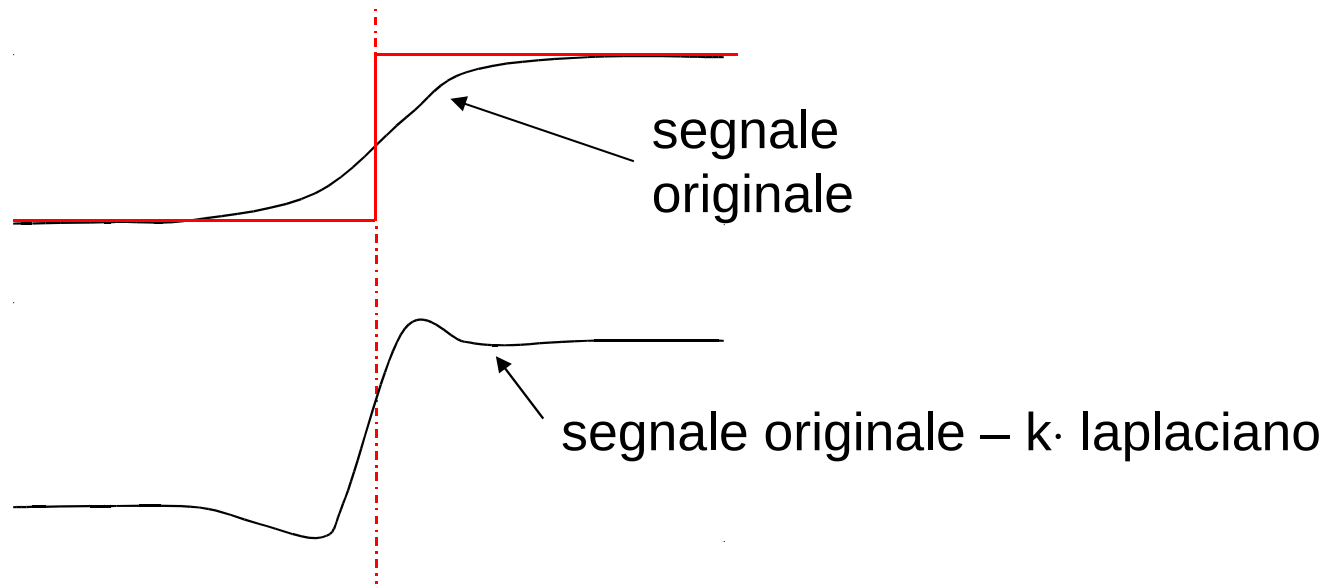
Filtri di sharpening realizzati tramite il laplaciano



Filtri di sharpening realizzati tramite il laplaciano



Il laplaciano può essere assunto come segnale correttivo da combinare con il segnale originale



Filtri di sharpening realizzati tramite il laplaciano



$$f(x, y)$$

F. Tortorella



$$\nabla^2 f(x, y)$$

EIID 2012/2013



$$f - \nabla^2 f$$

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Filtri di sharpening realizzati tramite il laplaciano



Il filtro che si ottiene è quindi:

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

Altri filtri utilizzati sono:

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

1	-2	1
-2	5	-2
1	-2	1

Esempio



F.Tortorella

EIID 2012/2013

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Filtri derivativi del primo ordine



- Per implementare le derivate del primo ordine, un operatore utilizzato di frequente è il gradiente che rappresenta la derivata di una $f(x,y)$ nella direzione di massima variazione.
- Il gradiente è definito come un vettore colonna:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Filtri derivativi del primo ordine



- Di fatto, non si usa il gradiente così come è definito, in quanto le derivate parziali non sono isotrope.
- Si considera invece il modulo del gradiente, anche se l'operatore risultante non è lineare

$$\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

Filtri derivativi del primo ordine



- La valutazione del modulo del gradiente comporta un'elevata complessità computazionale.
- Per ridurre la complessità, si può approssimare il modulo con la somma dei valori assoluti delle componenti, anche se, a rigore, si perde l'isotropia dell'operatore

$$\left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|$$

Filtri derivativi del primo ordine



- Le due componenti possono essere valutate con le due maschere viste prima che approssimano le derivate del primo ordine
- Altre maschere sono state proposte da Roberts (agli albori dell'Image Processing) e approssimano le derivate prime valutate su direzioni diagonali

-1	0
0	1

0	-1
1	0

Operatori di
Roberts

Filtri derivativi del primo ordine



- Esistono anche delle implementazioni con maschere 3x3, in cui è più chiaramente definito il punto al quale l'operatore è applicato.
- Implementazioni molto usate sono date da:
 - Operatori di Prewitt
 - Operatori di Sobel

Filtri derivativi del primo ordine



- operatori di Prewitt

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

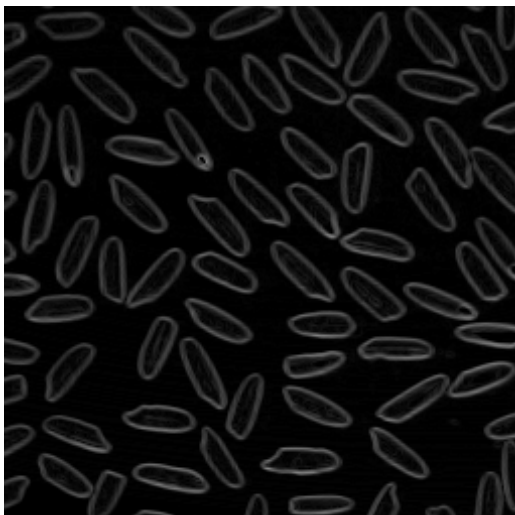
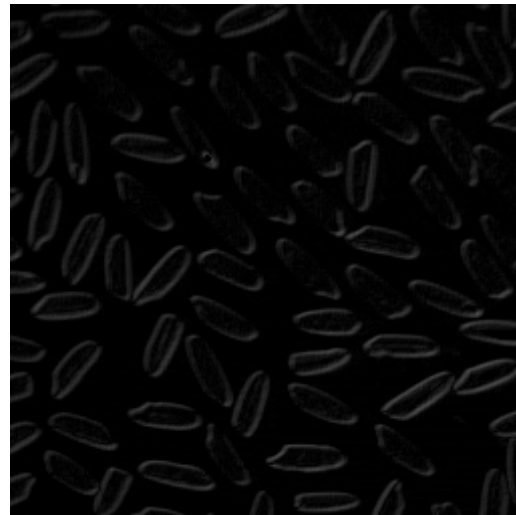
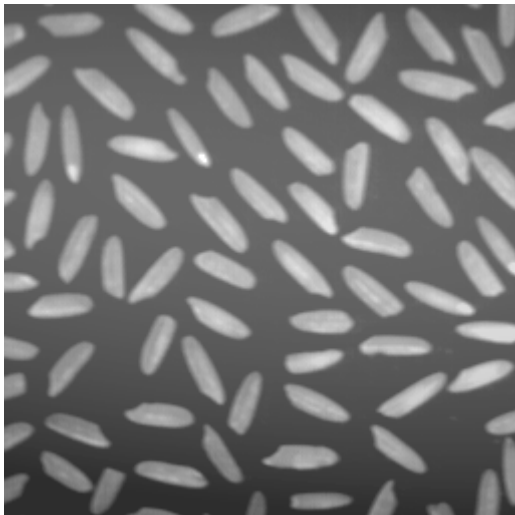
-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

- operatori di Sobel

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Operatori di Roberts



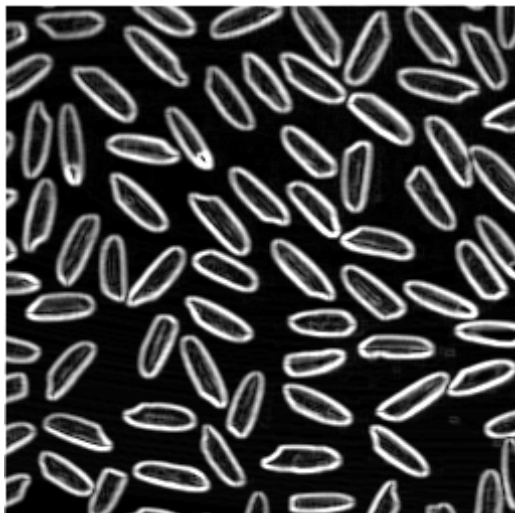
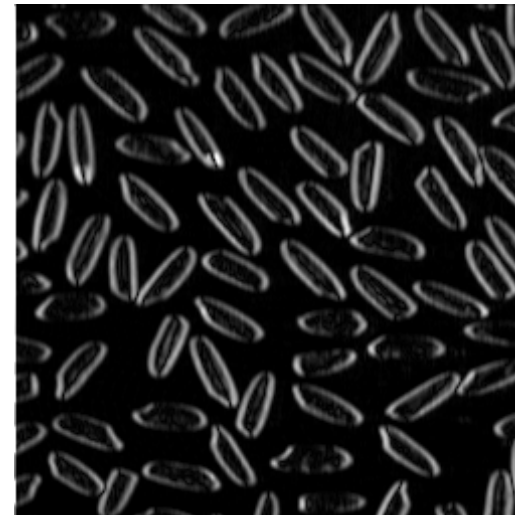
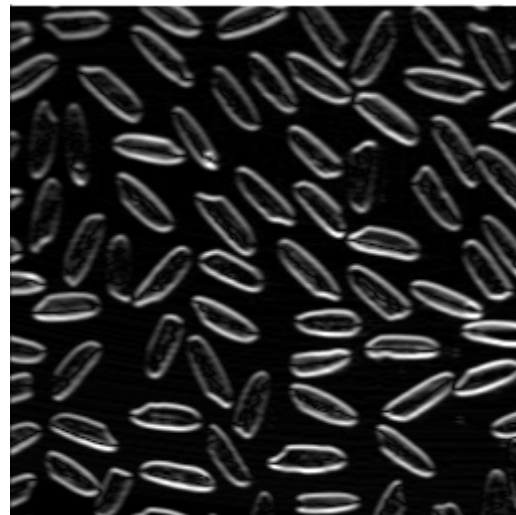
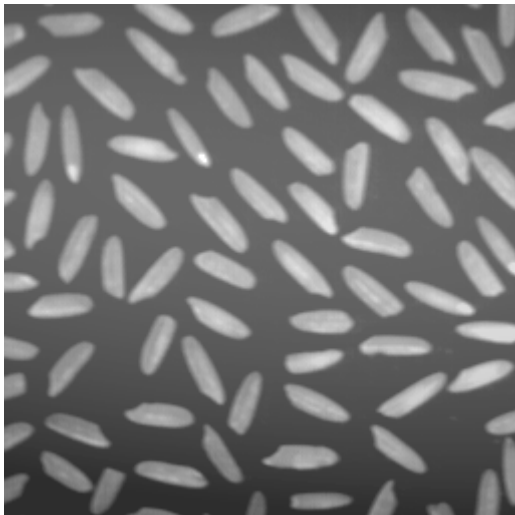
1	0
0	-1

EIID 2012/2013

0	1
-1	0

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Operatori di Prewitt



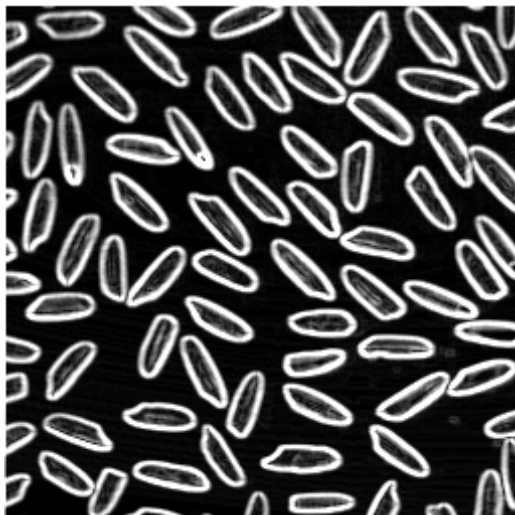
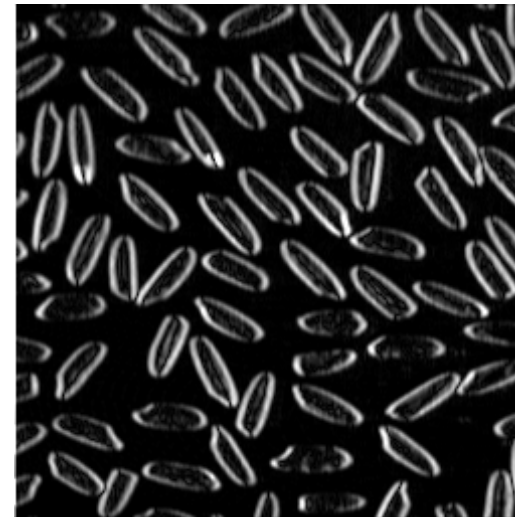
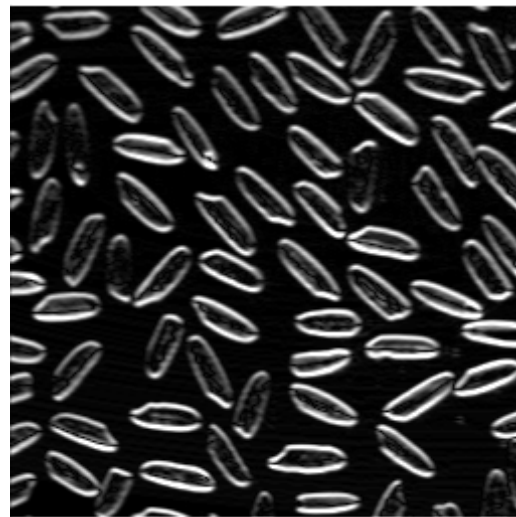
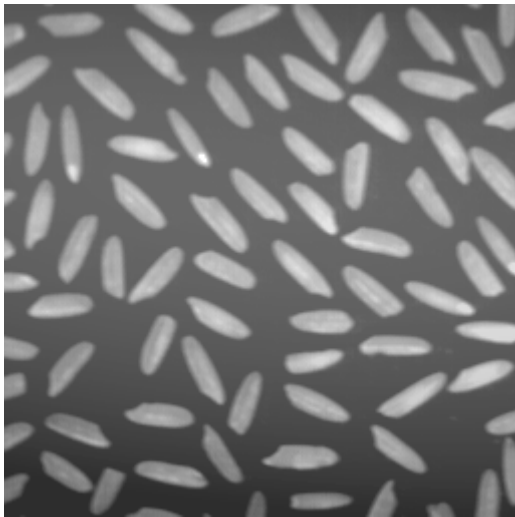
-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

EIID 2012/2013

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Operatori di Sobel



-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

EIID 2012/2013

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.