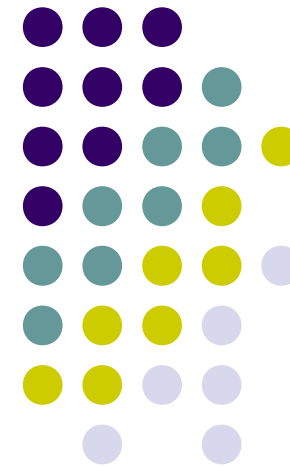


Morfologia Matematica su immagini binarie

Dilation, erosion, opening, closing

Trasformata Hit-or-Miss

Algoritmi Morfologici

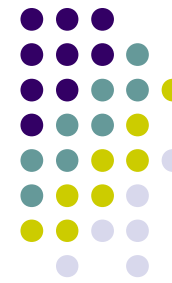




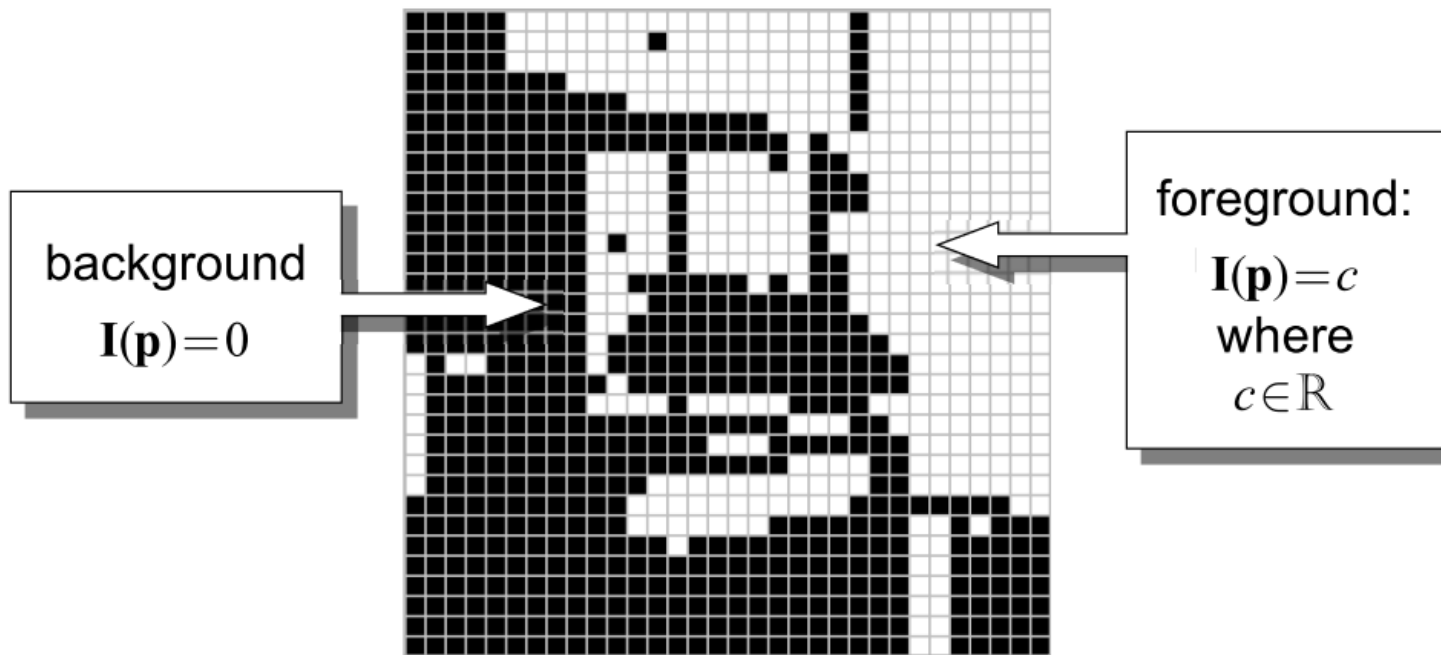
Morfologia Matematica

- Fornisce un approccio all'elaborazione di immagini digitali basato sulla forma.
- Opportunamente usate, le operazioni della MM tendono a semplificare i dati dell'immagine preservando le caratteristiche essenziali della forma ed eliminando gli aspetti irrilevanti.
- La MM si basa sulla teoria degli insiemi

Definizioni

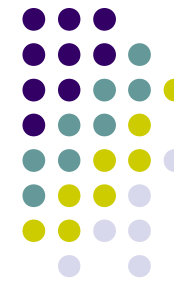


A Binary Image

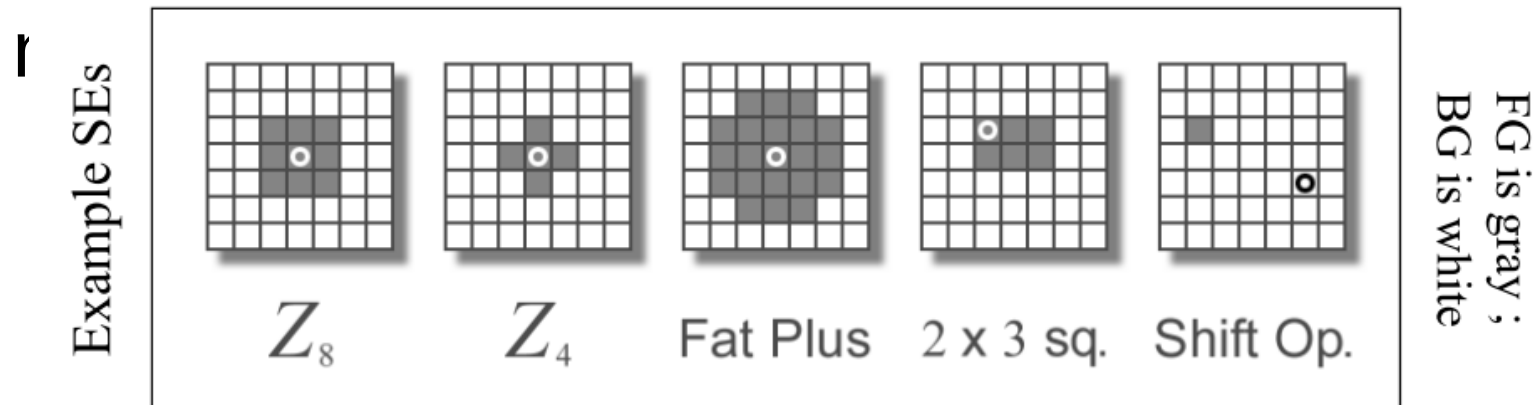


This represents a digital image. Each square is one pixel.

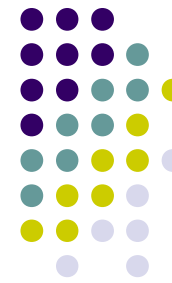
Elemento strutturante (Structuring Element - SE)



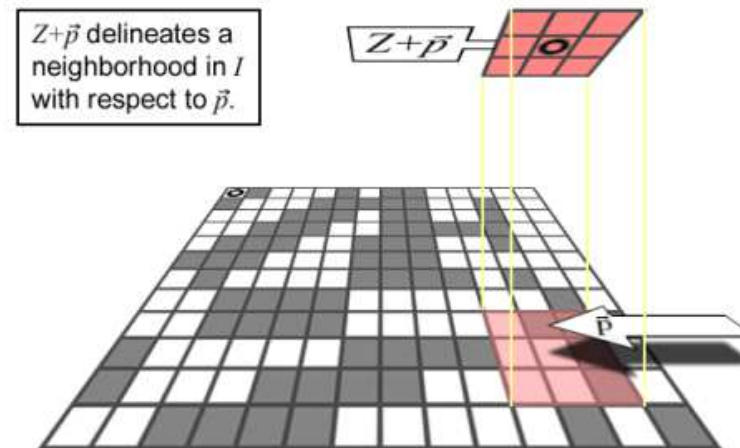
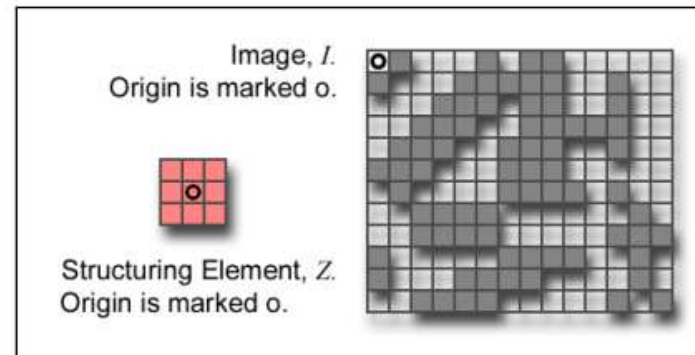
- Uno SE è un insieme limitato di punti che viene combinato in un'operazione morfologica con un'immagine sotto esame.
- Il risultato dell'operazione è funzione di come lo SE si “adatta” alle forme presenti



Structuring Element



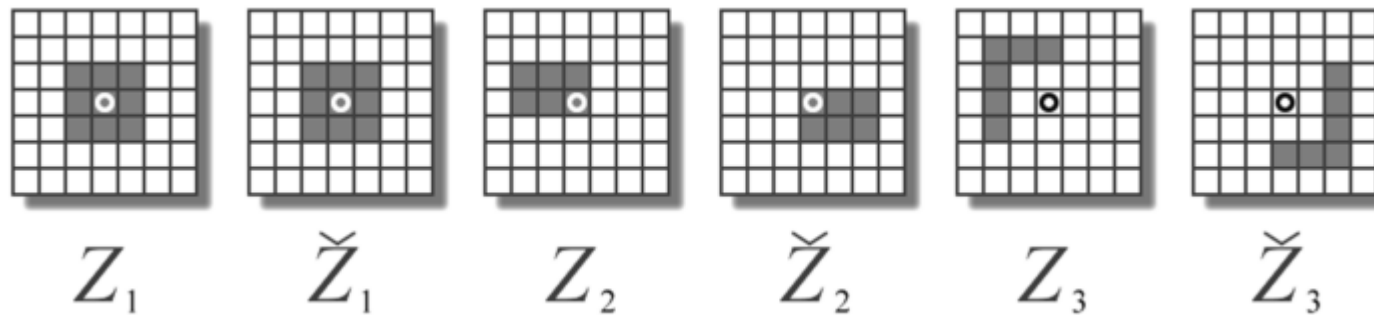
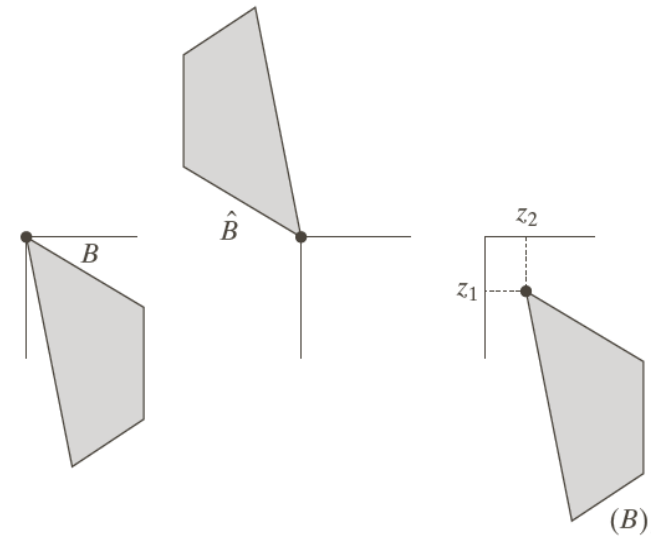
- Se Z è uno SE, indichiamo con $Z+p$ il fatto che Z sia spostato in modo che la sua origine coincida con il punto p .
- Di fatto, $Z+p$ indica la traslazione di Z in corrispondenza del punto p .
- L'insieme delle locazioni nell'immagine I coperte da $Z+p$ va sotto il nome di Z -vicinato di I nel punto p .



© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

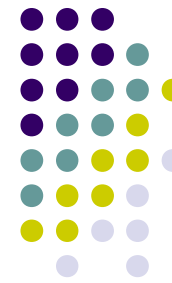
Riflessione di uno SE

- Viene definita *riflessione* di uno SE (*reflected SE*), l'insieme di punti che deriva da una rotazione dello SE di 180° rispetto all'origine



© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

Riassumendo: le operazioni utilizzate in MM



- Complemento

$$A^c = \{x \mid x \notin A\}$$

- Differenza

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

- Traslazione

$$A_z = \{y \mid y = x + c, x \in A\}$$

- Riflessione

$$\hat{A} = \{y \mid y = -x, x \in A\}$$

Si assumono già note le operazioni di:

- Unione

$$A \cup B$$

- Intersezione

$$A \cap B$$



Dilatazione (Dilation)

- La dilatazione di A attraverso B (SE) è definita come:

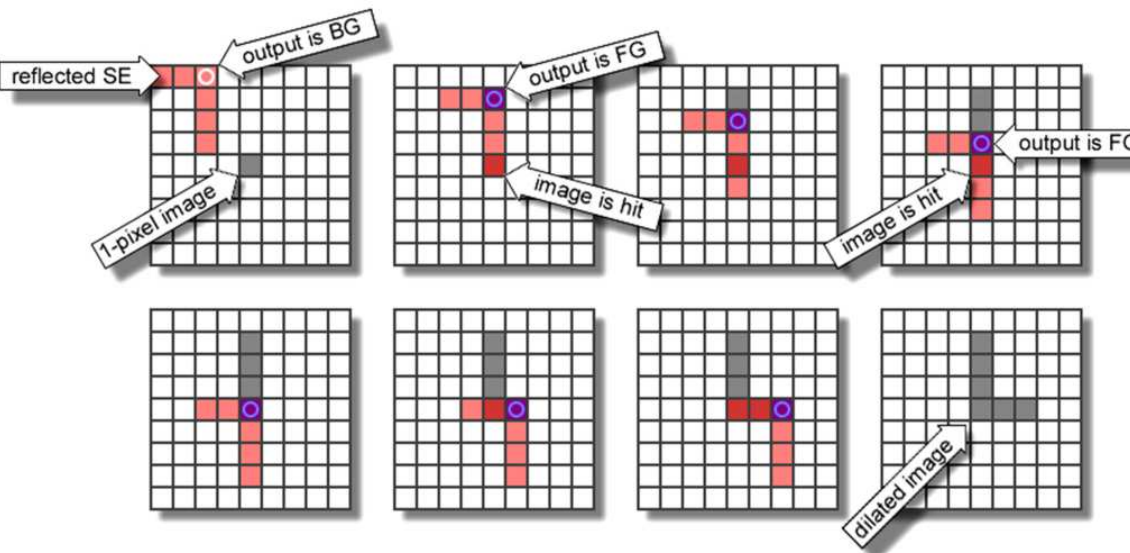
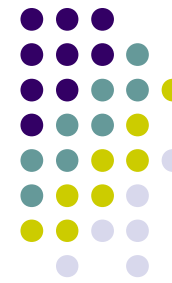
$$A \oplus B = \left\{ x \mid (\hat{B})_x \cap A \neq \emptyset \right\}$$

- Definizione alternativa:

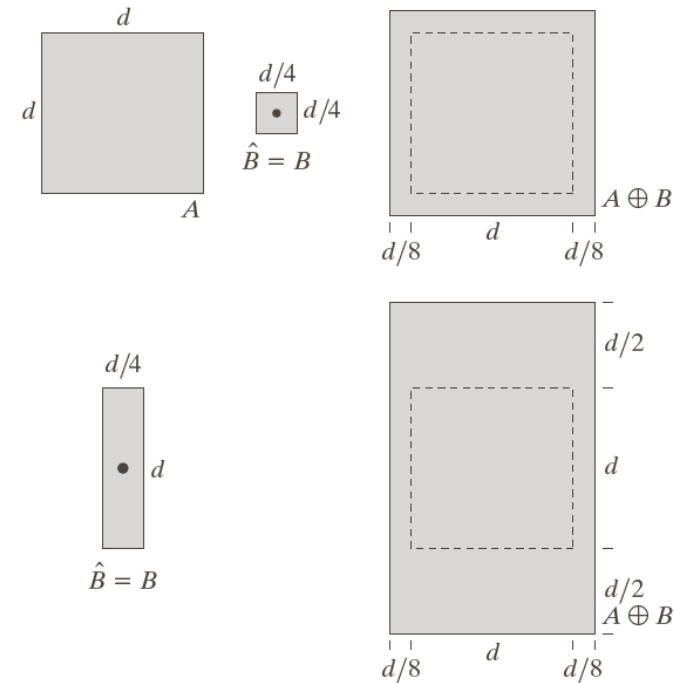
$$A \oplus B = \bigcup_{x \in A} (B)_x$$

L'unione delle copie dello SE B, ognuna traslata facendo coincidere l'origine con uno dei punti dell'immagine A

Dilatazione



© 1999-2011 by Richard Alan Peters II



Dilatazione: esempio di applicazione



dilated image



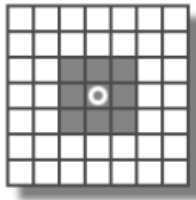
original / dilation



original image

© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

SE:



Z_8

Quali sono le caratteristiche
della dilatazione ?

Dilatazione: esempio di applicazione

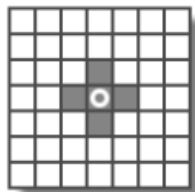


Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



SE:



0	1	0
1	1	1
0	1	0

Z_4

Erosione (Erosion)



- L'erosione di A attraverso B (SE) è definita come:

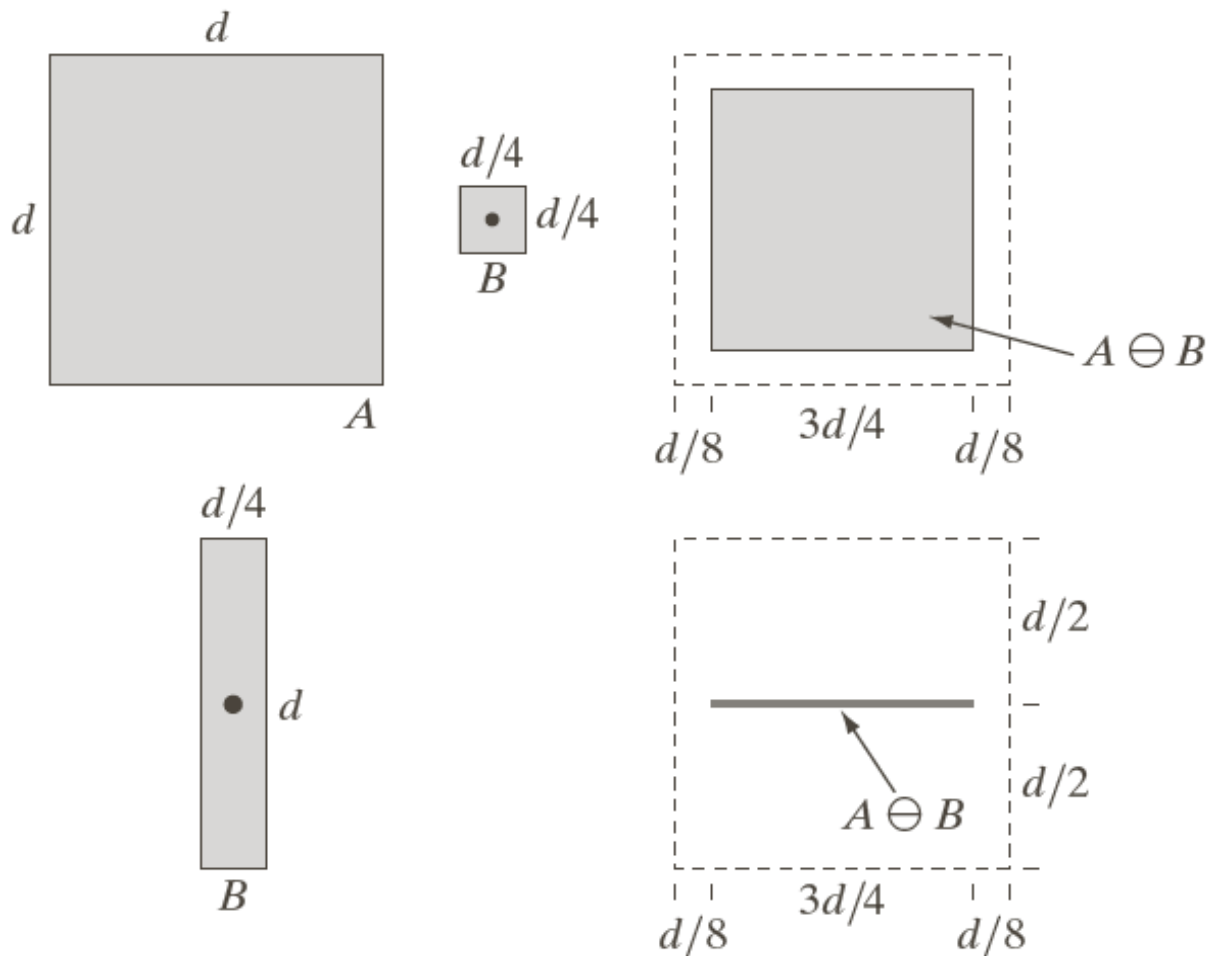
$$A \ominus B = \left\{ x \mid (B)_x \subseteq A \right\}$$

- Definizione alternativa:

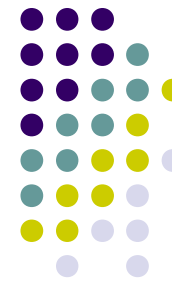
$$A \ominus B = \bigcap_{x \in A} (\hat{B})_x$$

L'intersezione delle copie della riflessione dello SE B, ognuna traslata facendo coincidere l'origine con uno dei punti dell'immagine A

Erosione



Erosione: esempio di applicazione



eroded image



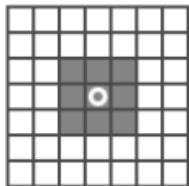
erosion / original



original image

© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

SE:



Quali sono le caratteristiche
della erosione ?

F. Tortorella

Z_8

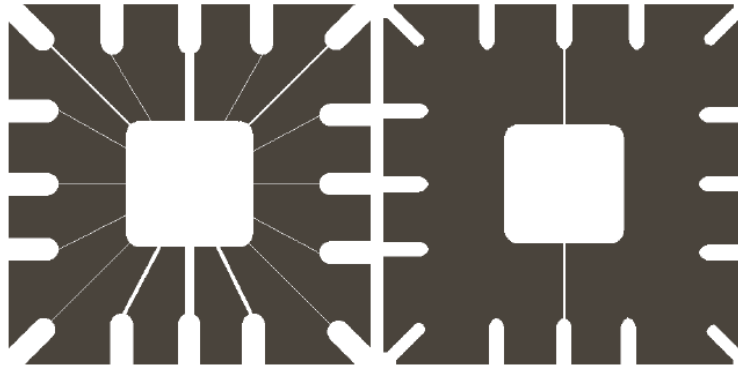
EIID 2012/2013

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Erosione: esempio di applicazione



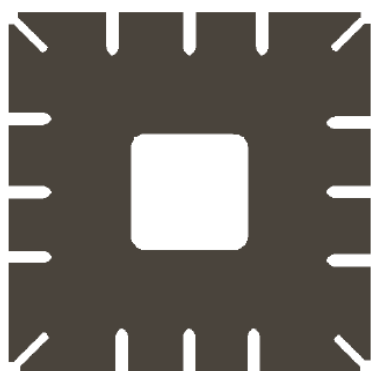
Originale
486x486



Erosion
SE 11x11



Erosion
SE 15x15



Erosion
SE 45x45



Dualità



- Erosione e dilatazione sono duali rispetto al complemento e alla riflessione:

$$A^c \oplus \hat{B} = \{A \ominus B\}^c$$

$$A^c \ominus \hat{B} = \{A \oplus B\}^c$$

$$A \ominus B = \left\{ A^c \oplus \hat{B} \right\}^c$$

$$A \oplus B = \left\{ A^c \ominus \hat{B} \right\}^c$$

Conseguenza:

Necessaria
l'implementazione di una
sola delle due operazioni

Opening



- L'opening di A attraverso B (SE) è definito come:
$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$
- L'opening è la migliore approssimazione dell'immagine A che può essere prodotta dall'unione di copie dello SE B , assicurando che il risultato sia contenuto nell'immagine A .
- $A \circ B$ non contiene parti più piccole dello SE.
- L'effetto dell'opening è di smussare il contorno dell'oggetto tramite la rimozione di punti.

Opening: esempio di applicazione



erode the original

dilate the erosion

dilated erosion



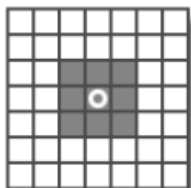
erosion / original

erosion / opening

opening / original

© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

SE:



F. Tortorella

Z_8

EIID 2012/2013

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Confronto erosione/opening



original image



original

eroded image



erosion

dilated erosion



opening

Closing



- Il closing di A attraverso B (SE) è definito come:

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

- Il closing è la migliore approssimazione del complemento dell'immagine A^c che può essere prodotta dall'unione di copie dello SE B , assicurando che il risultato sia contenuto in A^c .

$A \bullet B$ rimuove da A^c le parti più piccole dello SE.

- L'effetto del closing è di smussare il contorno dell'oggetto tramite l'aggiunta di punti.

Closing: esempio di applicazione



original image

erode the dilation

to get the closing



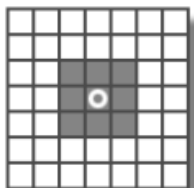
original / dilation

closing / dilation

closing / original

© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

SE:



F.Tortorella

Z_8

EIID 2012/2013

Università degli Studi
di Cassino e del L.M.

Confronto dilatazione/closing



original image

dilated image

eroded dilation

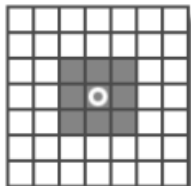


original

dilation

closing

SE:



© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

Alcune proprietà di opening e closing



- Dualità:

$$A \circ B = (A^c \bullet B^c)^c \quad A \bullet B = (A^c \circ B^c)^c$$

- Proprietà dell'opening:

$$A \circ B \subset A \quad \text{Se } C \subset D \text{ allora } C \circ B \subset D \circ B$$

$$(A \circ B) \circ B = A \circ B$$

- Proprietà del closing:

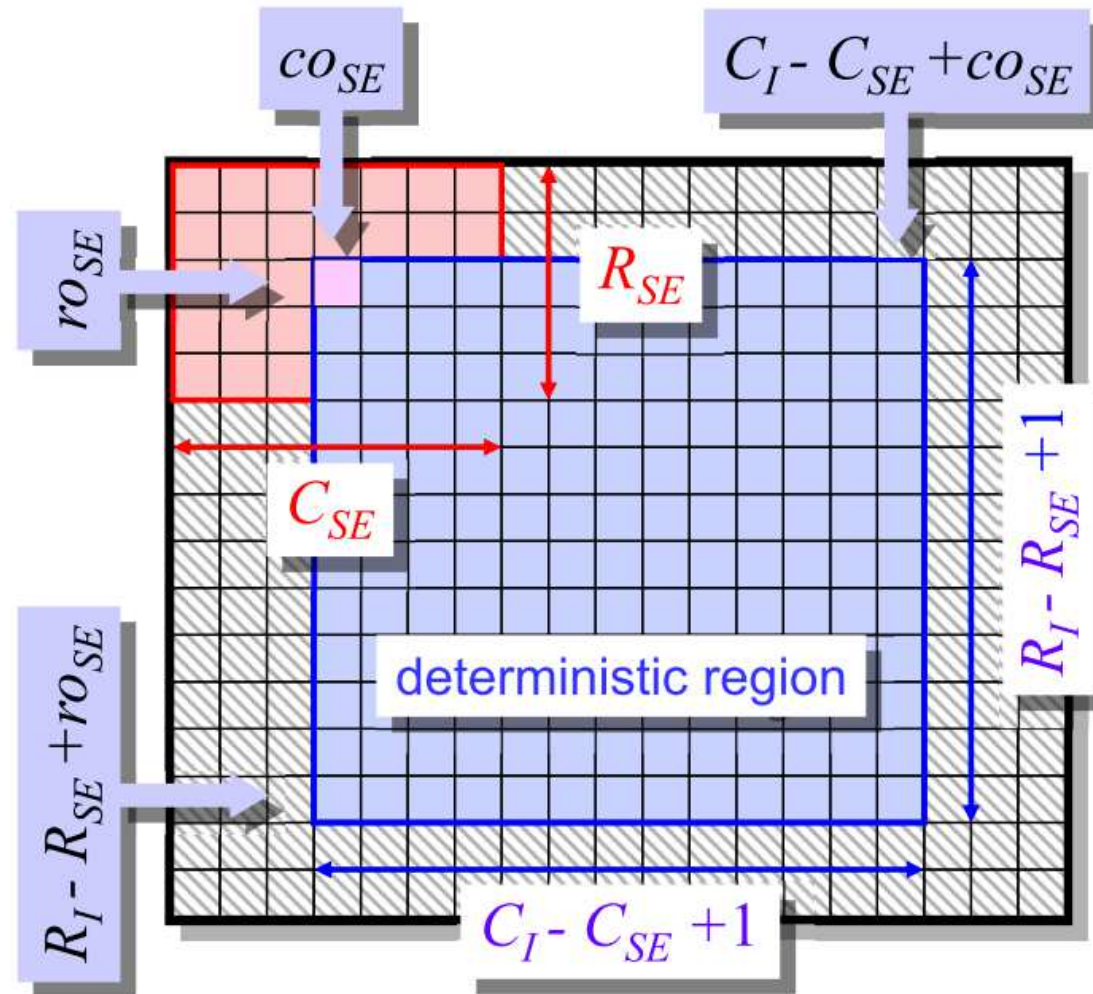
$$A \subset A \bullet B \quad \text{Se } C \subset D \text{ allora } C \bullet B \subset D \bullet B$$

$$(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$$

Effetti di bordo: Dilation & Erosion

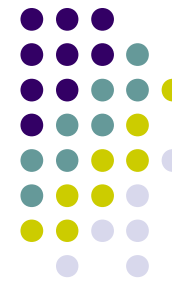


Anche nel caso degli operatori morfologici ci sono effetti di bordo che limitano la possibilità della valutazione dell'operatore ad una sottoparte dell'immagine di partenza.



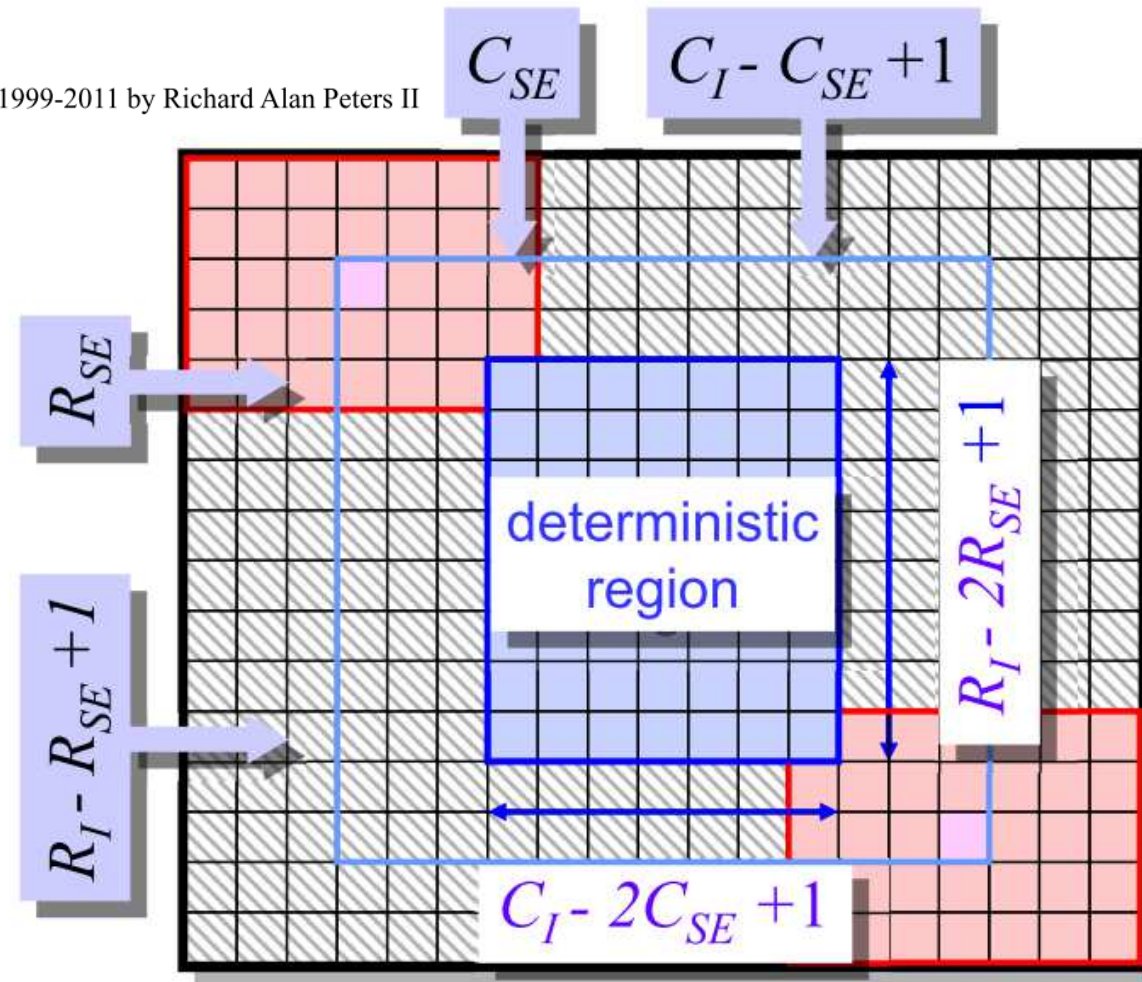
© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

Effetti di bordo: Opening & Closing

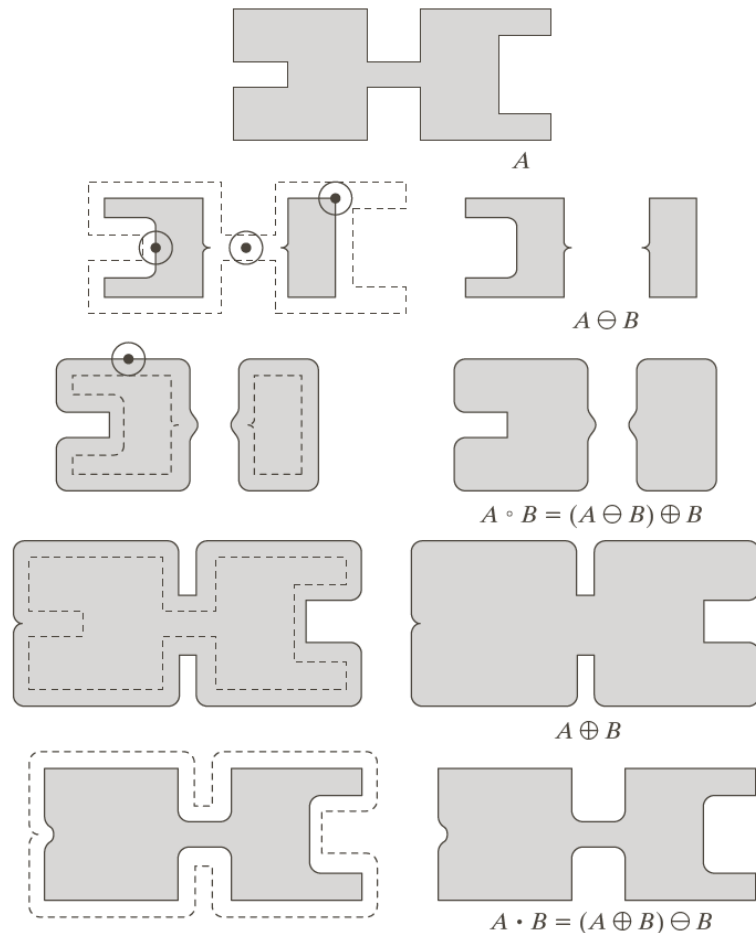
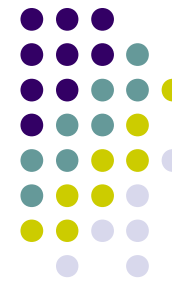


© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

Nel caso degli operatori di opening e closing gli effetti di bordo si duplicano visto che in questo caso si devono realizzare due applicazioni successive di dilation/erosion



Opening/closing: esempi di applicazione

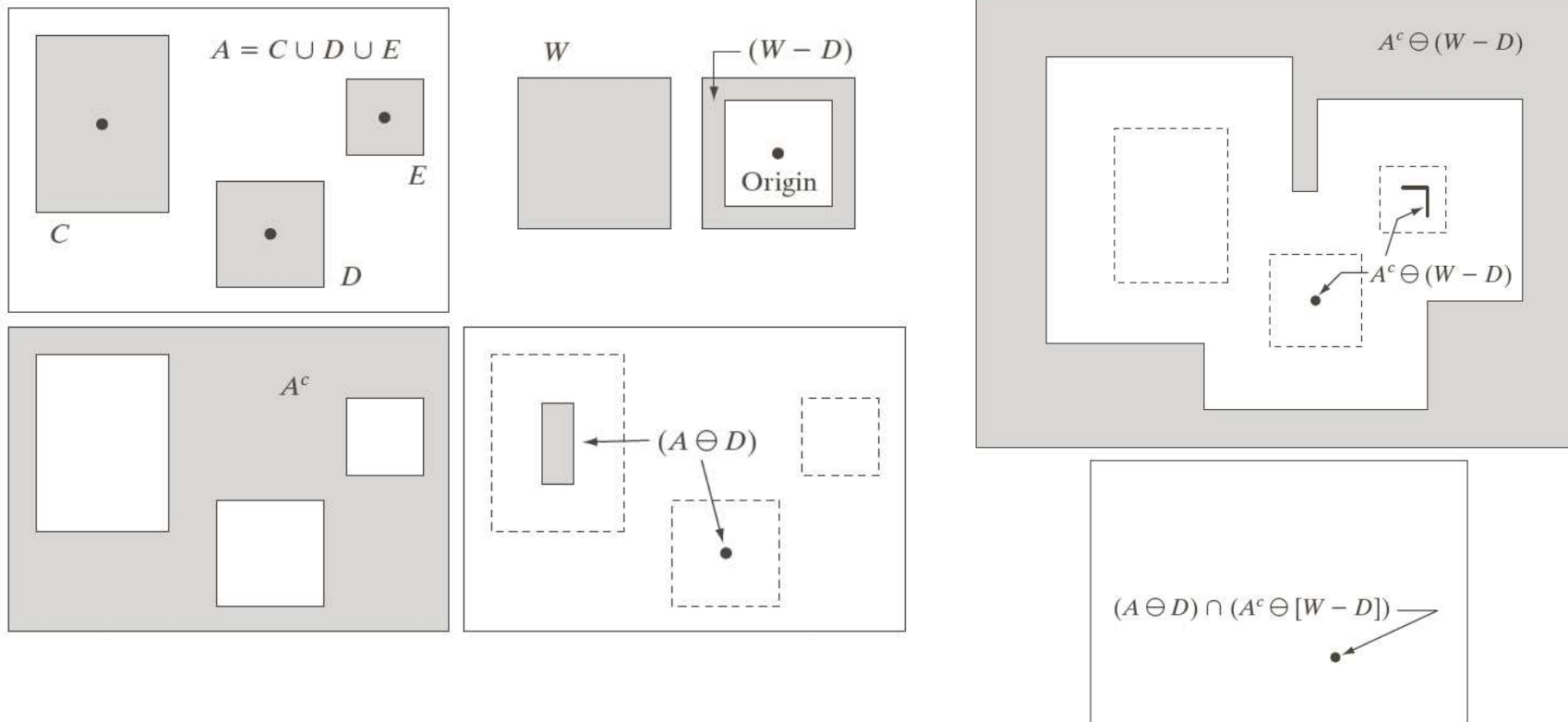
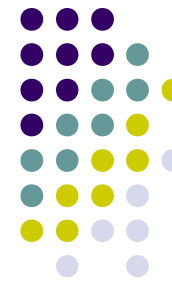




Trasformata Hit-or-Miss

- E' una trasformata che permette di localizzare le istanze di un oggetto D all'interno di un'immagine A tramite operatori morfologici.
- La sequenza di operazioni è:
 1. Erosione di A tramite D: nell'immagine risultante R1 gli oggetti più piccoli di D sono eliminati, mentre le istanze di D sono ridotte ad un punto.
 2. Erosione di A^c tramite W_D , uno SE che è formato da una cornice intorno a D: nell'immagine risultante R2 gli oggetti più grandi di D sono eliminati, mentre le istanze di D sono ridotte ad un punto.
- L'intersezione tra R1 e R2 fornisce i punti centrali relativi alle istanze di D presenti nell'immagine originale

Trasformata Hit-or-Miss

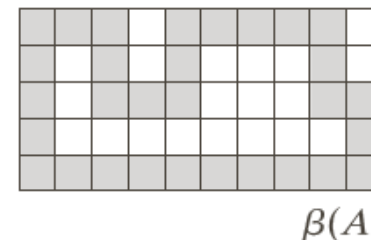
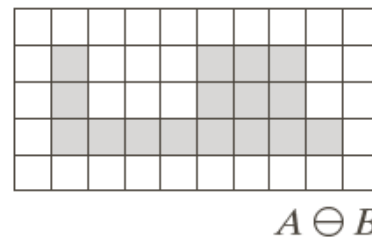
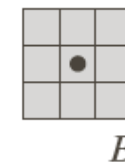
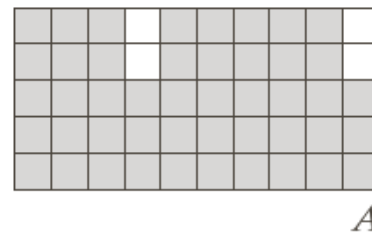


Algoritmi morfologici: Estrazione del contorno



- Il contorno di un'immagine A si può ottenere calcolando prima l'erosione di A tramite un opportuno SE B e poi sottraendo il risultato dall'immagine originale A :

$$\partial A = A - A \ominus B$$

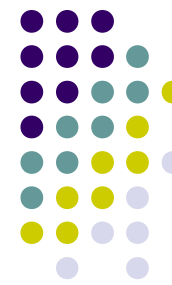


Algoritmi morfologici: Estrazione del contorno

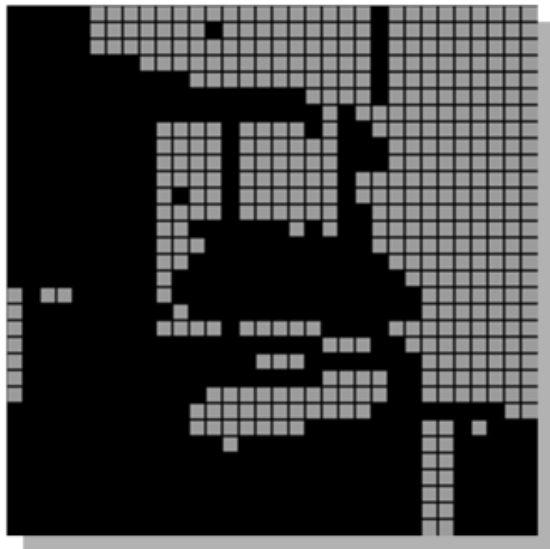


- E' possibile realizzare diverse implementazioni dell'estrazione del contorno a seconda dello SE utilizzato e dell'operazione impiegata:
 - Z_8 o Z_4
 - Erosion o dilation

Estrazione del contorno: Z_8 + erosion

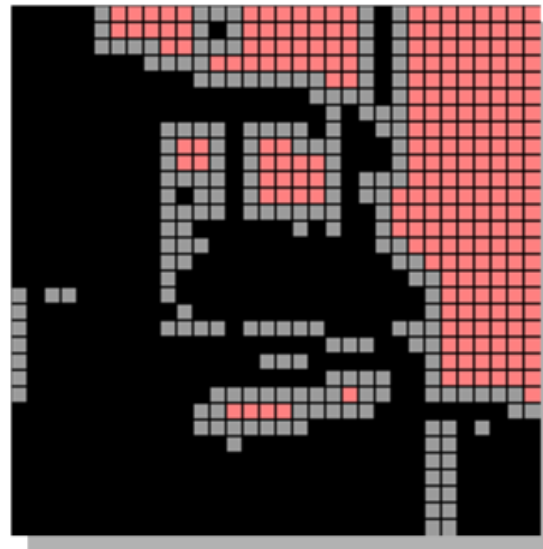


binary image



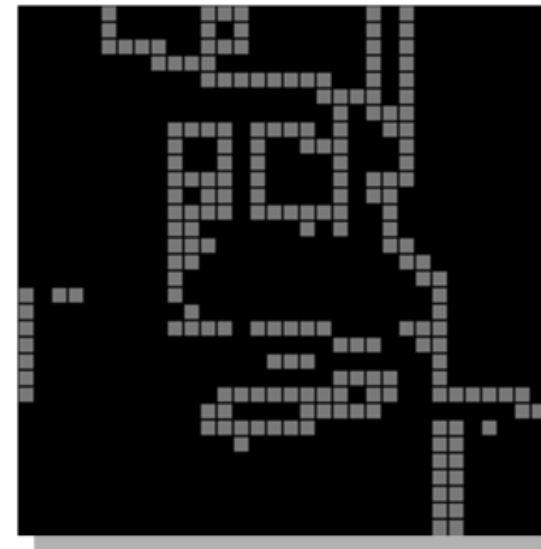
original

8-connected SE



erosion by square

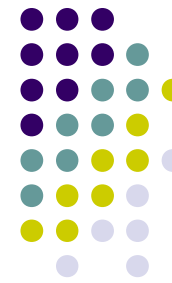
4-conn inside bdry



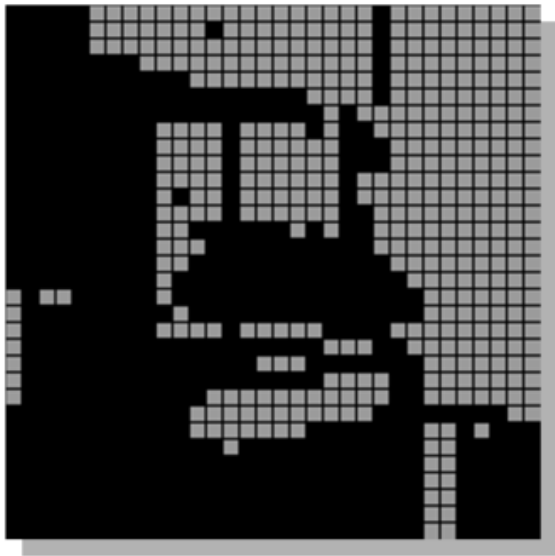
difference

© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

Estrazione del contorno: Z_4 + erosion

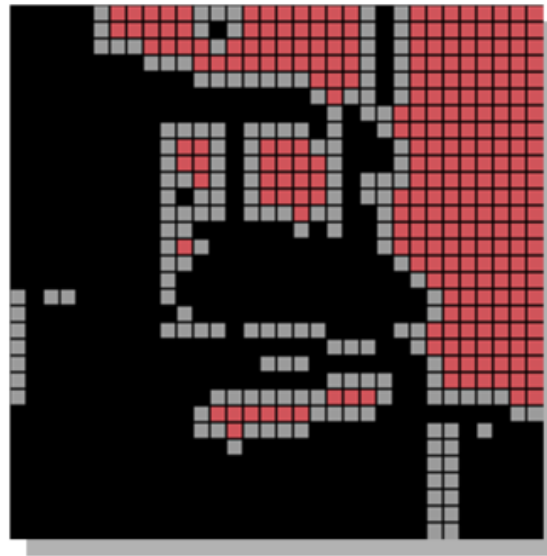


binary image



original

4-connected SE



erosion by plus

8-conn inside bdry



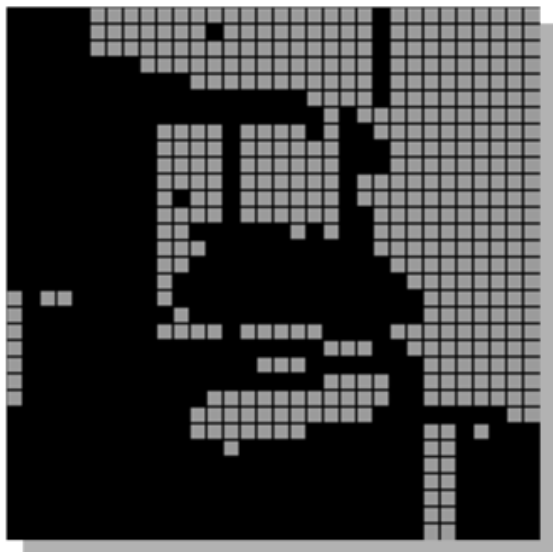
difference

© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

Estrazione del contorno: Z_8 + dilation

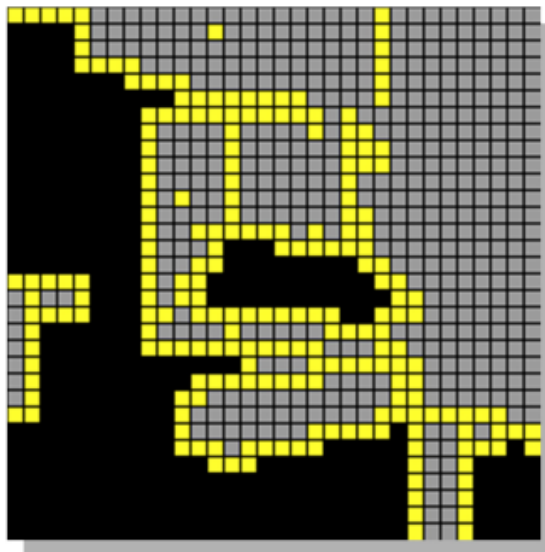


binary image



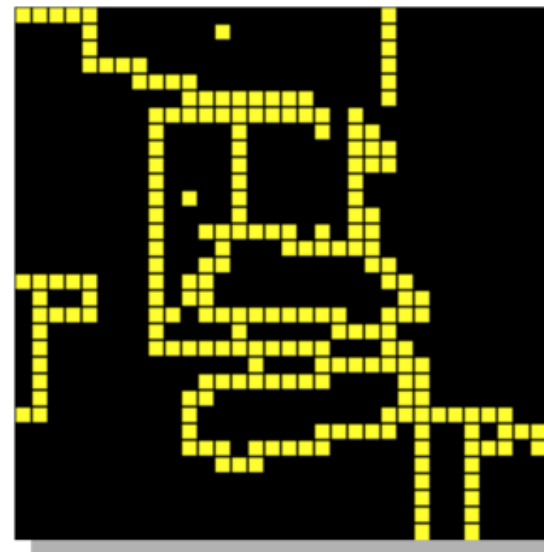
original

8-connected SE



dilation by square

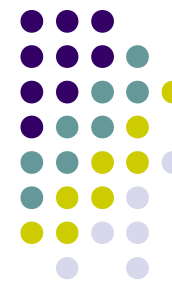
4-conn outside bdry



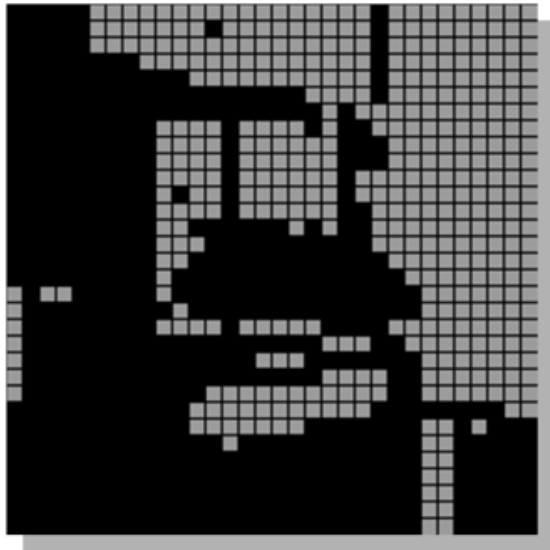
difference

© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

Estrazione del contorno: Z_4 + dilation

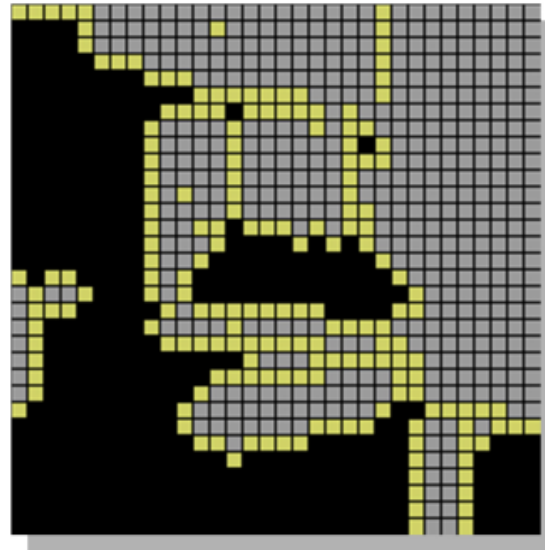


binary image



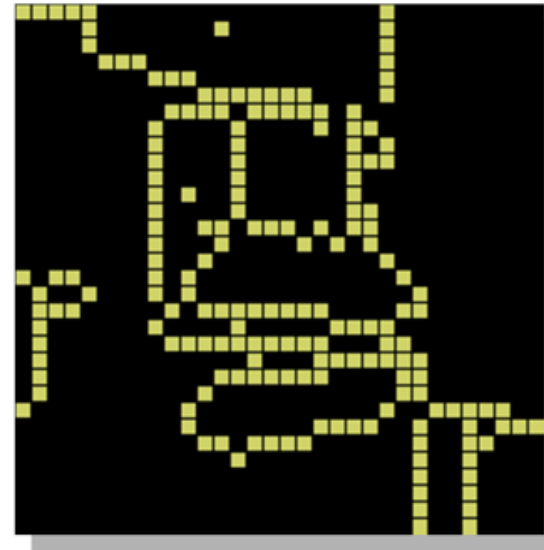
original

4-connected SE



dilation by plus

8-conn outside bdry



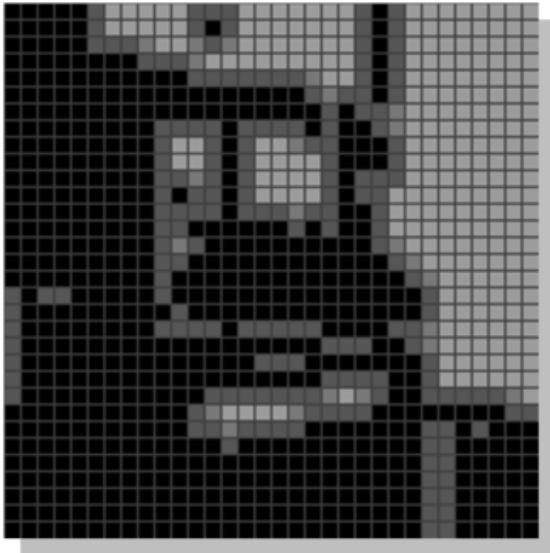
difference

© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

Estrazione del contorno: confronto

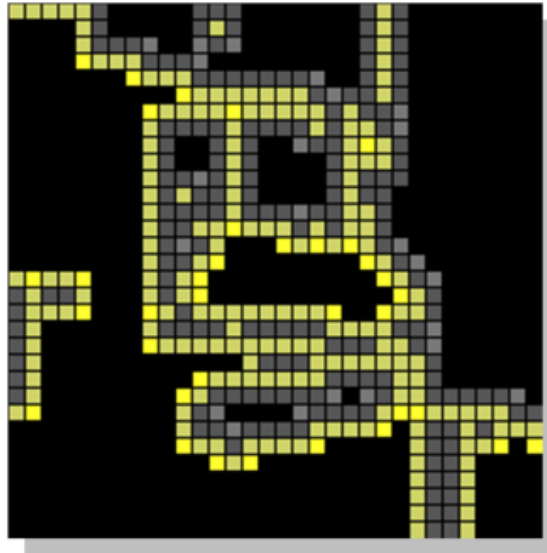


inside boundaries



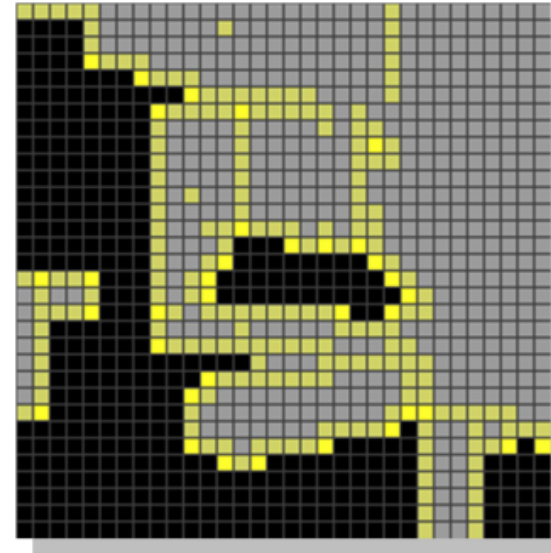
8-bdry/4-bdry/orig

are disjoint from



all 4 boundaries

outside boundaries



orig/8-bdry/4-bdry

© 1999-2011 by Richard Alan Peters II

Dilatazione ed erosione geodetiche (o condizionali)



- Sono operazioni definite su tre immagini:
 - l'***immagine marker*** contiene i punti iniziali per la trasformazione
 - l'***immagine maschera*** vincola l'estensione della trasformazione
 - lo structuring element definisce il tipo di connettività con cui realizzare la trasformazione

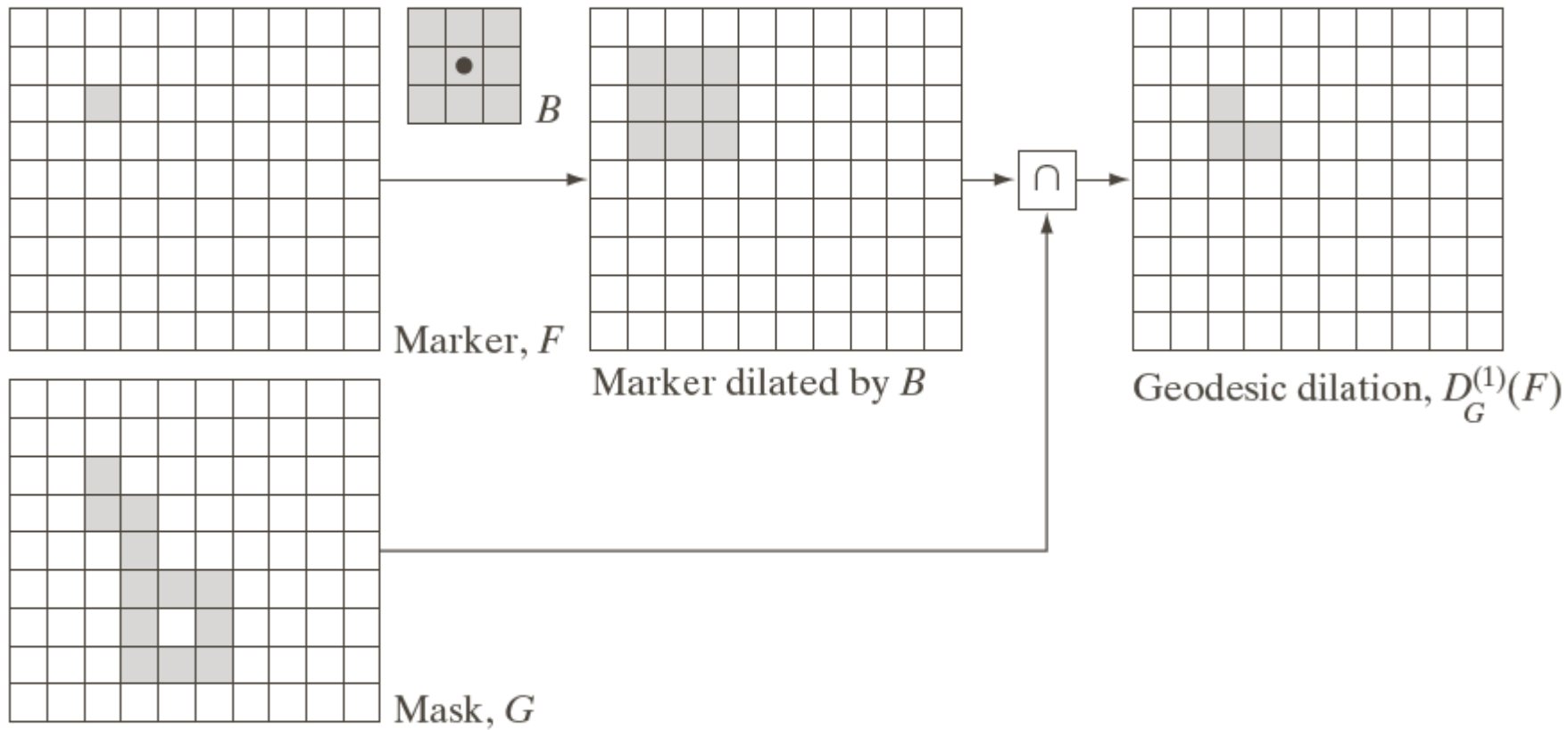


Dilatazione geodetica

- Consideriamo immagini binarie.
- Definiamo F l'immagine marker e G l'immagine maschera; sia inoltre $F \subseteq G$.
- La dilatazione geodetica di taglia 1 del marker rispetto alla maschera è definita come:

$$D_G^{(1)}(F) = (F \oplus B) \cap G$$

Dilatazione geodetica





Dilatazione geodetica

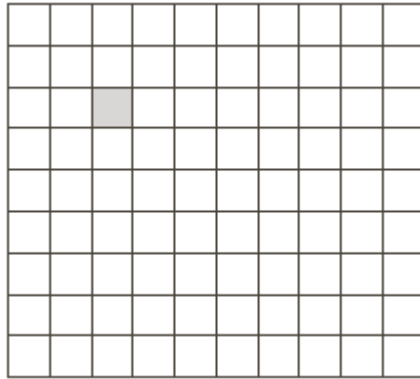
- E' possibile considerare diverse applicazioni successive dell'operazione.
- Si definisce dilatazione geodetica di taglia n la procedura:

$$D_G^{(n)}(F) = D_G^{(1)} \left[D_G^{(n-1)}(F) \right]$$

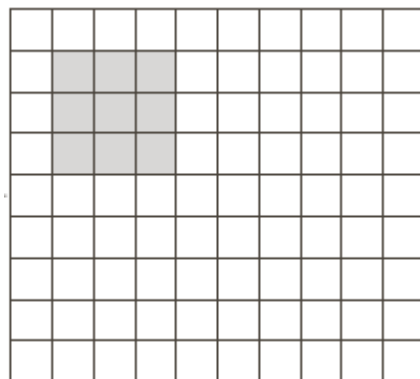
dove:

$$D_G^{(0)}(F) = F$$

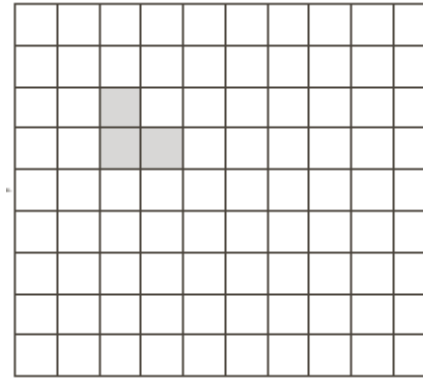
Dilatazione geodetica



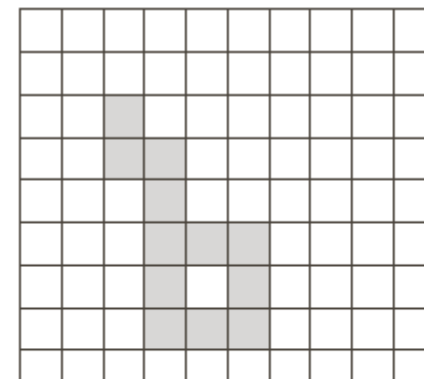
$$D_G^{(0)}(F) = F$$



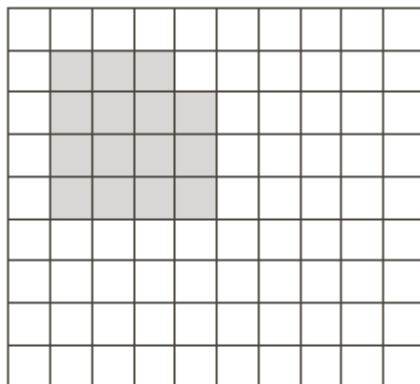
$$D_G^{(0)}(F) \oplus B$$



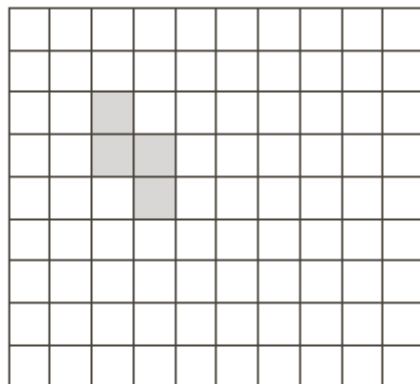
$$D_G^{(1)}(F)$$



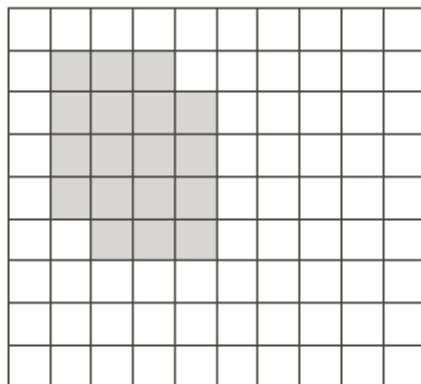
$$G$$



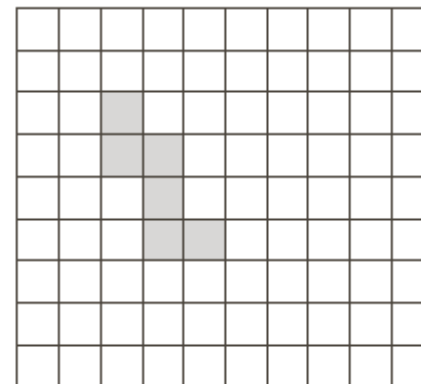
$$D_G^{(1)}(F) \oplus B$$



$$D_G^{(2)}(F)$$



$$D_G^{(2)}(F) \oplus B$$



$$D_G^{(3)}(F)$$

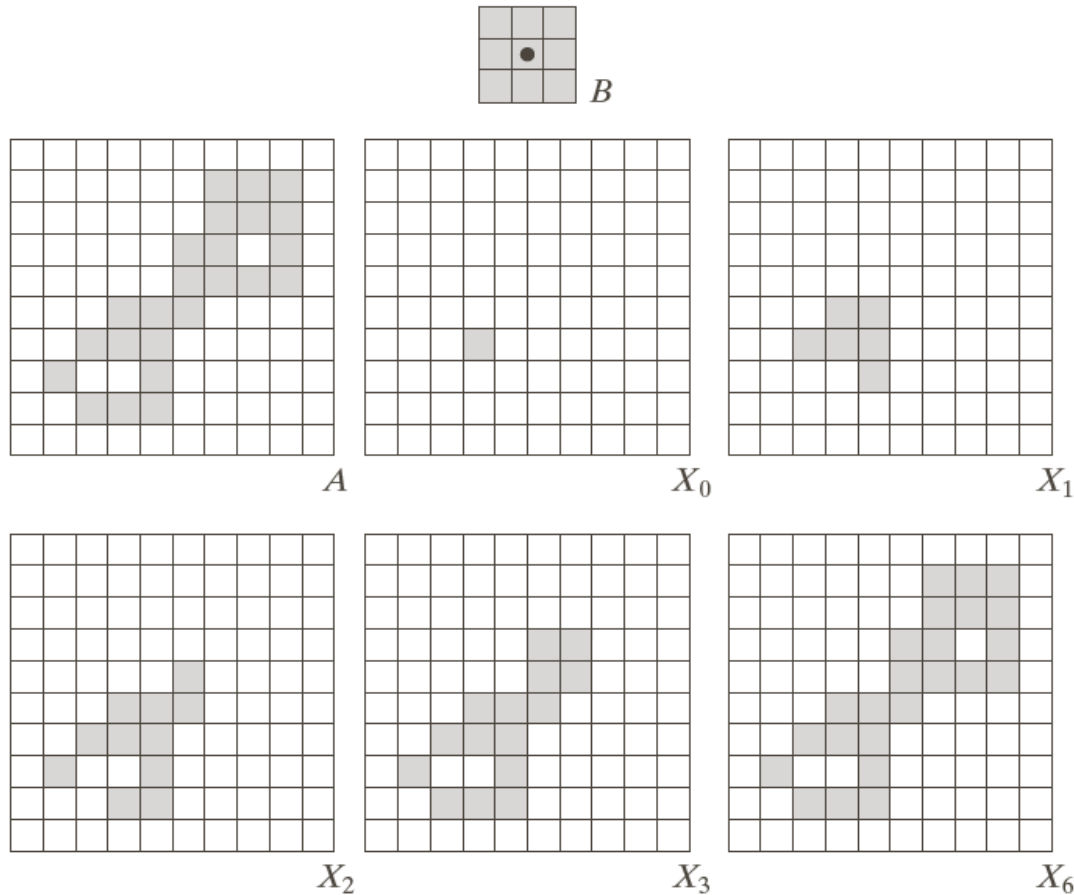
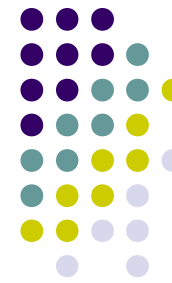
Estrazione di componenti connesse



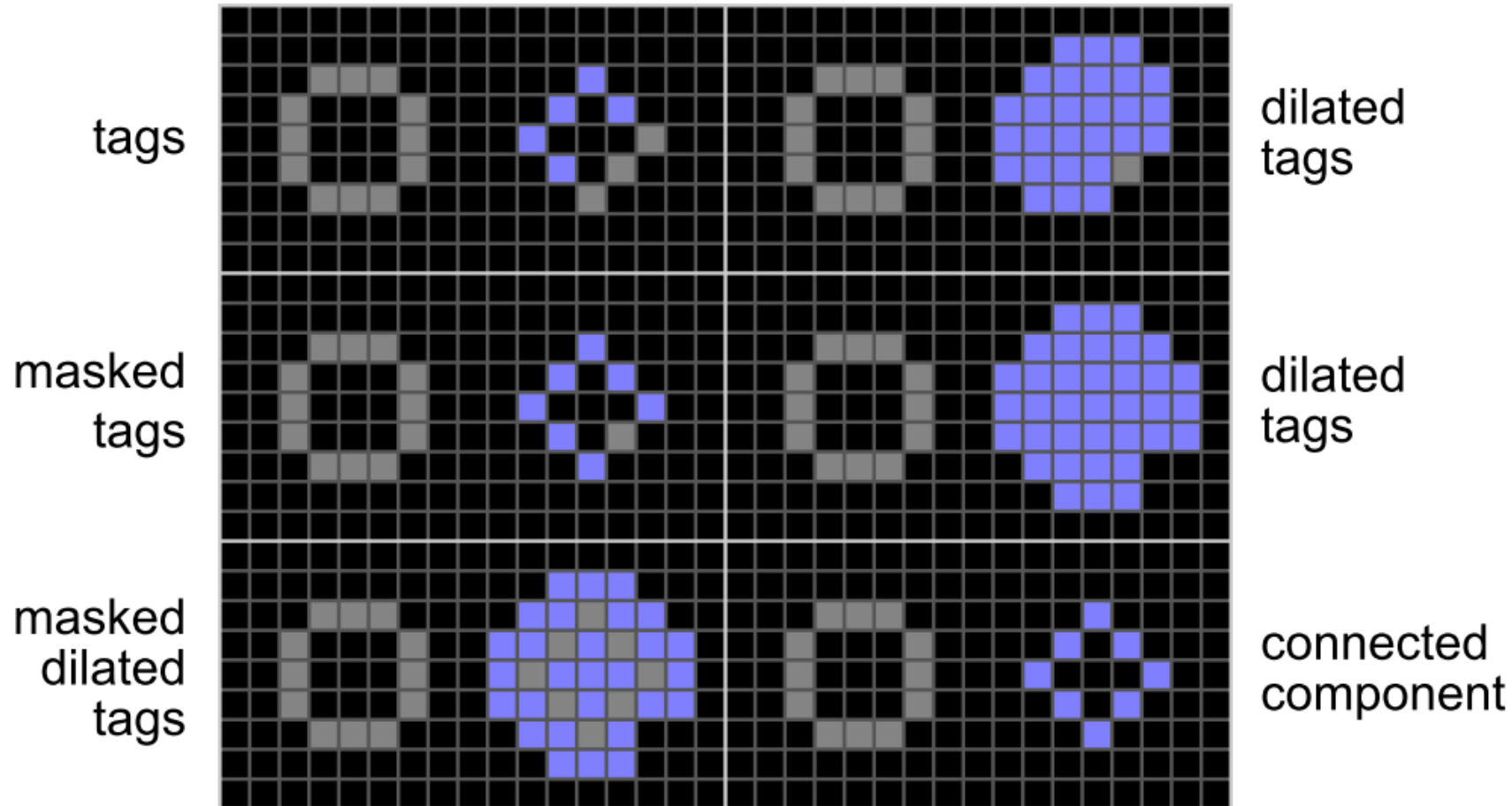
- Supponiamo di dover estrarre le componenti connesse presenti in un'immagine A .
- Consideriamo un'immagine X_0 , delle stesse dimensioni di A , contenente un punto di una delle componenti connesse.
- E' possibile ricostruire quella componente per dilatazioni geodetiche successive:

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A$$

Estrazione di componenti connesse



Estrazione di componenti connesse



Estrazione di componenti connesse: algoritmo



1. $T = X$
2. $X = X \oplus B$
3. $X = X \cap A$
4. If $X \neq T$ goto 1
5. In X è presente la componente connessa

Quale tipo di connettività scegliamo ? Come si modifica l'algoritmo per la ricerca delle altre componenti ?



Ricostruzione morfologica

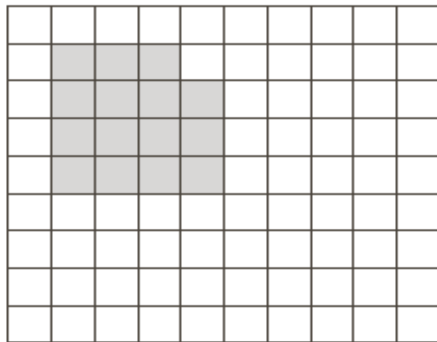
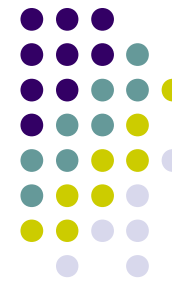
- La ricostruzione morfologica attraverso la dilatazione di un'immagine maschera G a partire da un marker F viene definita come un'applicazione iterativa della dilatazione geodetica fin quando si raggiunge una condizione di stabilità:

$$R_G^D(F) = D_G^{(k)}(F)$$

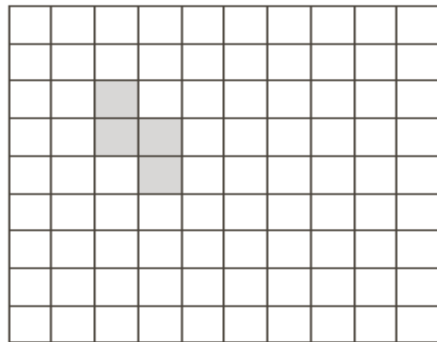
dove:

$$D_G^{(k)}(F) = D_G^{(k-1)}(F)$$

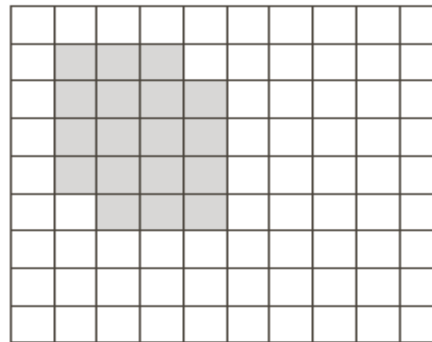
Ricostruzione morfologica



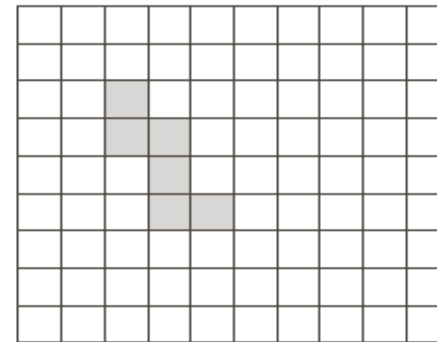
$D_G^{(1)}(F)$ dilated by B



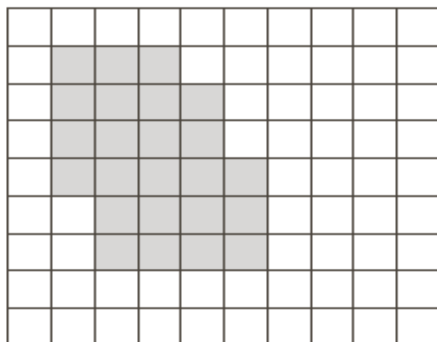
$D_G^{(2)}(F)$



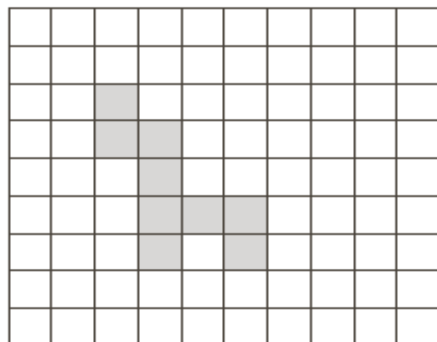
$D_G^{(2)}(F)$ dilated by B



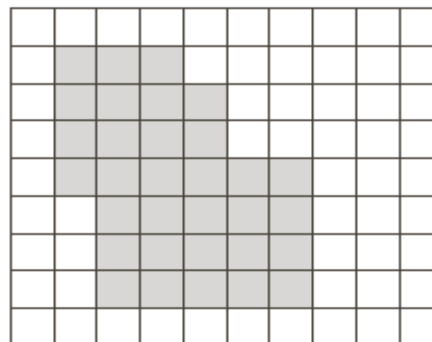
$D_G^{(3)}(F)$



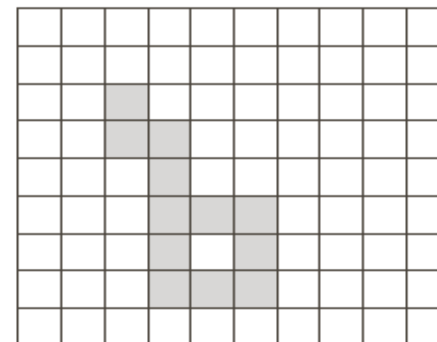
$D_G^{(3)}(F)$ dilated by B



$D_G^{(4)}(F)$



$D_G^{(4)}(F)$ dilated by B



$D_G^{(5)}(F) = R_G^D(F)$

Ricostruzione morfologica tramite dilatazione: algoritmo



1. $T = F$

2. $F = F \oplus B$

3. $F = F \cap G$

4. If $F \neq T$ goto 1

$$R_G^D(F) = T$$

Ricostruzione morfologica: opening attraverso ricostruzione



- Con l'operazione di opening, l'erosione rimuove piccoli patch e la successiva dilatazione tenta di restaurare la forma degli oggetti precedenti, ma la qualità del risultato dipende dallo SE utilizzato.
- Con l'operazione di opening attraverso la ricostruzione si restaurano esattamente le forme degli oggetti sopravvissuti all'erosione.

Ricostruzione morfologica: opening attraverso ricostruzione



- L'opening attraverso la ricostruzione di taglia n si definisce come:

$$O_G^{(n)}(F) = R_F^D[F \ominus nB]$$

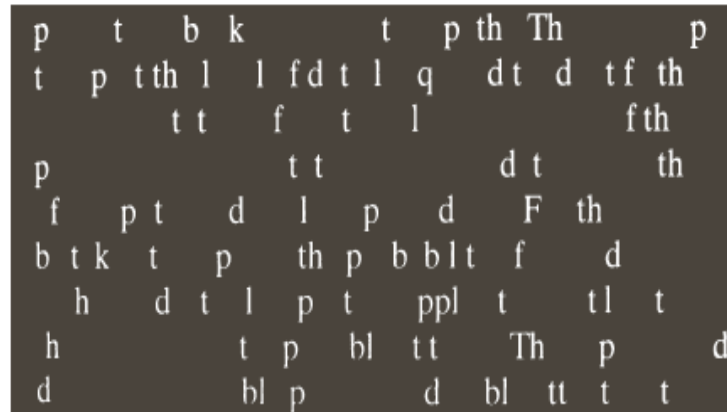
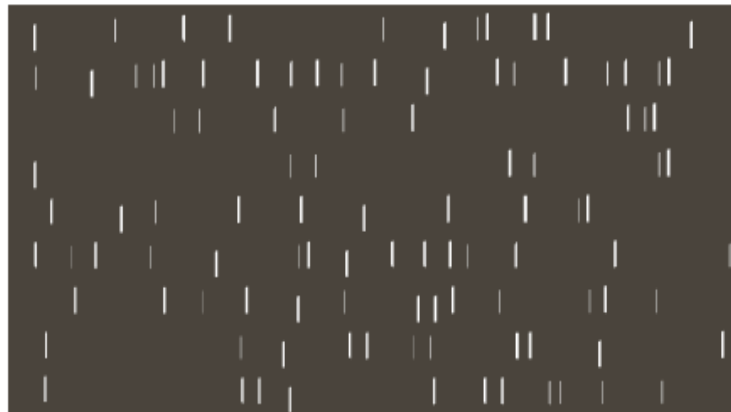
- Dove $(F \ominus nB)$ indica n erosioni di F attraverso B

Ricostruzione morfologica: opening attraverso ricostruzione



ponents or broken connection paths. There is no point past the level of detail required to identify those components.

Segmentation of nontrivial images is one of the most difficult problems in image processing. Segmentation accuracy determines the effectiveness of computerized analysis procedures. For this reason, considerable effort must be taken to improve the probability of rugged segmentation. In applications such as industrial inspection applications, at least some improvement in the environment is possible at times. The experienced image processing designer invariably pays considerable attention to such



Ricostruzione morfologica dopo opening



original



opened



reconstructed