

Problem Set 6

Производство и издержки (2). Слабые аксиомы. Максимизация прибыли.

Задача 1

Производственная функция фирмы имеет вид $f(x_1, x_2) = 4\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$. Цена первого фактора равна 8 рублям за единицу, а второй фактор в 4 раза дешевле. В краткосрочном периоде фактор 1 фиксирован на уровне $\bar{x}_1 > 0$.

а) Для краткосрочного периода найдите и представьте графически $AVC(q)$, AFC , $ATC(q)$. Не забудьте о случае $f(\bar{x}_1, 0) > q$.

б) Для долгосрочного периода найдите и представьте графически AC , MC . Прокомментируйте взаимное расположение кривых для краткосрочного и долгосрочного периодов.

в) Найдите кривую предложения.

Задача 2

Фирма, действующая в условиях совершенной конкуренции, выпускает продукт, используя два фактора производства — труд и капитал. Имеются данные о ценах факторов, объемах их использования и уровне выпуска до и после наступления экономического кризиса (см. таблицу). После кризиса цена готовой продукции упала, а цена капитала выросла, и фирма отреагировала на эти изменения снижением выпуска и потребления капитала (технология при этом не менялась).

	р	q	w	L	r	K
До кризиса	30	6	3	4	2	4
После кризиса	20	5	3	4	4	1
Δ	-10	-1	0	0	+2	-3

Можно ли на основании этих данных сделать вывод о том, согласуется ли поведение фирмы до и после кризиса с принципом максимизации прибыли?

Задача 3

Фирма типа А, работающая на рынке совершенной конкуренции, может производить только целое число единиц товара от 0 до 7. Функция совокупных издержек фирмы задана таблицей:

Q	0	1	2	3	4	5	6	7
ТС	1	7	9	10	11	13	16	22

а) Запишите функцию предложения фирмы, то есть ответ на вопрос, сколько товара максимизирующая прибыль фирма захочет продавать при любом неотрицательном значении цены.

б) В отрасли есть еще 99 фирм типа А и 74 фирмы типа В, каждой из которых производство дополнительной единицы продукции всегда обходится в 4 д. е. Запишите кривую предложения отрасли, то есть ответ на вопрос, сколько товара будут все фирмы отрасли хотеть продать при любом неотрицательном значении цены.

Задача 4

Фирма А, производящая товар X в количестве Q , владеет двумя заводами. Функция издержек первого завода задается формулой $TC_1(q_1) = 100 + 10q_1$, второго — $TC_2(q_2) = q_2^2$, $q_1 + q_2 = Q$.

- а) Найдите $TC(Q)$ — функцию издержек фирмы А.
- б) Изменится ли ответ на вопрос пункта а), если на первом заводе 100 — это квазипостоянные издержки, то есть $TC_1(0) = 0$?
- в) Ответьте на вопрос пункта а), если функции издержек заданы как $TC_1(q_1) = \alpha q_1$, $TC_2(q_2) = q_2$ ($\alpha > 0$).
- г) Ответьте на вопрос пункта а), если функции издержек заданы как $TC_1(q_1) = \alpha q_1^2$, $TC_2(q_2) = q_2^2$ ($\alpha > 0$).

Задача 5

Фирма «Веселые бабушки, Inc.» является совершенным конкурентом на рынке вязаных носков. Нанимая L бабушко-часов труда по ставке оплаты w , фирма может произвести $Q = 2L$ единиц продукции. Других переменных факторов фирма не использует (бабушки приносят нитки и спицы с собой), но для работы бабушкам нужен свет в помещении. Если ни одна бабушка не нанята, то свет можно не включать и не оплачивать, в противном случае фирма платит за него фиксированную сумму F .

- а) Запишите производственную функцию фирмы, используя в качестве факторов производства труд бабушек (переменная L) и свет в помещении (переменная S , которая может принимать значение 0, если свет выключен, и значение 1, если свет включен).
- б) Запишите функцию общих издержек фирмы, выведите из нее функции FC, VC, AVC, AC. В каком периоде работает фирма?
- в) Найдите кривую предложения.

Задача 6

Функция общих издержек фирмы задается формулой: $TC(Q) = 2^Q + 3,14$. Найдите значение $VC(3)$.

Задача 7

Фирма работает на совершенно конкурентном рынке и имеет U-образные кривые средних, средних переменных и предельных издержек. Оцените справедливость следующих утверждений для ситуации краткосрочного периода:

- а) фирма никогда не будет производить в точке, где средние переменные издержки убывают;
- б) фирма никогда не будет производить в точке, где средние издержки убывают;
- в) фирма никогда не будет производить в точке, где предельные издержки убывают.

Задача 8

Вас наняли консультантом и поставили задачу проанализировать положение нескольких различных фирм, действующих в условиях совершенной конкуренции. Заполните (по возможности) пустые клетки в таблице, характеризующей положение фирмы, и выберите для каждой

фирмы рекомендации из следующего списка, предполагая, что фирмы имеют U-образные кривые средних, средних переменных и предельных издержек:

- (i) ничего не менять;
- (ii) повысить цену;
- (iii) снизить цену;
- (iv) увеличить выпуск;
- (v) фирме следует сократить выпуск;
- (vi) фирму следует закрыть.

Фирма	P	Q	TR	TC	FC	VC	AC	AVC	MC	Если $Q \uparrow$, то MC
A			10 000	9 000			1,8		2	↑
B		1 000	5 000		1 500			5,5	5	↑
C			8 000		1 000		3,5	3	4,5	↑
D			12 000	12 000		9 000	min	1,5		
E	3				6 000	8 000	3,5	min		
F	4	2 000				7 000	4,5		4	↑
G		1 000	3 000		1 500			3,5	3 ↑	
H	1	10 000		8 000			min			
I	3	2 000			3 000	7 000			3	

Задача 9

Фирма, не имеющая рыночной власти ни на одном рынке, используя труд как единственный фактор производства и производя с его помощью товары A и B , нанимала 5 рабочих по ставке оплаты труда, равной 10, и продавала 23 единицы товара A по цене 3 рубля за штуку и 15 единиц товара B по цене 2 рубля за штуку. В результате роста спроса цены товаров выросли: товар A теперь стоит 4 рубля за штуку, а товар B — 3 рубля за штуку. Ставка заработной платы также повысилась и составила 12. В новых условиях фирма решила нанять 7 рабочих и продать 25 единиц товара A и 19 единиц товара B , при этом ее технология производства не изменилась. Если считать, что цель фирмы — получение наибольшей прибыли, то можно ли сделать вывод, рационально ли поступила фирма после изменения цен?

Задача 10

При ценах $(p', w'_1, w'_2) = (3; 2; 4)$ фирма выпускала 16 единиц готовой продукции, затрачивая факторы производства в количествах $(x'_1; x'_2) = (5; 7)$. Затем цены изменились и стали равны $(p'', w''_1, w''_2) = (2; 3; 2)$, при этом фирма произвела 13 единиц готовой продукции, затратив факторы в количестве $(x''_1; x''_2) = (4; 6)$. Совместимы ли эти действия с максимизацией прибыли?

Задача 11

Докажите, не пользуясь дифференцируемостью соответствующих функций, что максимальная прибыль максимизирующей прибыль фирмы на рынке совершенной конкуренции не убывает по цене готовой продукции.

Задача 12

Производственная функция имеет вид: $f(x_1, x_2) = x_1^2 \times \sqrt{x_2} + x_1$. В краткосрочном периоде количество первого фактора фиксировано и равно $\bar{x}_1 > 0$.

- а) Охарактеризуйте поведение предельного продукта каждого фактора производства в LR.
- б) Охарактеризуйте, если это возможно, отдачу от масштаба для данной технологии в LR.
- в) Изобразите графически зависимость объема выпускаемой продукции от объема использования переменного фактора в SR. Проиллюстрируйте на этом же графике средний и предельный продукт переменного фактора в нескольких точках.
- г) Как связана величина среднего продукта и поведение предельного продукта? Докажите эту взаимосвязь в общем виде для дифференцируемых функций.
- д) Постройте функцию $SAC(q)$ — средних издержек в краткосрочном периоде.

Задача 13

Производственная функция фирмы, работающей в условиях совершенной конкуренции, может быть описана функцией $f(x_1, x_2) = 4x_1\sqrt{x_2}$. Цена первого фактора равна 8 рублям за единицу, а второй фактор в 4 раза дешевле.

- а) Для краткосрочного периода (второй фактор фиксирован на уровне $\bar{x}_2$) найдите и представьте графически AVC, AFC, ATC. Объясните наклон полученных кривых.
- б) Для долгосрочного периода найдите и представьте графически AC, MC. Объясните наклон кривой средних издержек.
- в) Прокомментируйте взаимное расположение кривых для краткосрочного и долгосрочного периодов.
- г) Верно ли, что отношение факторов, минимизирующее издержки в долгосрочном периоде для данной технологии, будет максимизировать прибыль данной фирмы при цене продукта p ? Если да, то докажите, если нет, то объясните, почему.

Задача 14

Функция издержек фирмы, работающей на рынке совершенной конкуренции в долгосрочном периоде, имеет вид:

$$TC(y) = \begin{cases} y^2 + F, & \text{если } y > 0, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- а) Найдите функцию предложения фирмы.
- б) Найдите предложение отрасли, в которой 100 таких фирм.

Задача 15

(Повторение) Фирма использует труд в качестве единственного фактора производства. Каждый из первых 6 нанятых рабочих увеличивает объем выпуска на 1 единицу, все последующие нанятые рабочие не увеличивают выпуск. Количество нанятых рабочих может выражаться только целыми числами. Нарисуйте в вертикальном соответствии графики общего, среднего и предельного продукта труда. Нарисуйте графики общих, средних и предельных издержек, если зарплата рабочего составляет 100 рублей.

Задача 16

Функция совокупных издержек при производстве плюшевых мишек в краткосрочном периоде задается формулой $STC(q) = K^* + q^2/K^*$, где K^* — используемый капитал в краткосрочном периоде. Используя одну и ту же систему координат, постройте графики кривых $SAC(q)$ для различных $K^* = 10, 20, 30$. Исходя из этого графика, постройте кривую средних издержек в долгосрочном периоде.

Задача 17

Фирма Насти производит йогурт и кефир. Цена кефира как лечебного продукта фиксирована государством и равна 2, а цена йогурта определяется на рынке и заранее не задана. Директор фирмы вырабатывает план выпуска для разных значений цены йогурта $p_1 \geq 0$. Ресурсы, которые фирма может использовать, достаются ей бесплатно, но ограничены, поэтому граница производственных возможностей фирмы описывается уравнением $x_1^2 + 4x_2^2 = 25$. Найдите оптимальные (с точки зрения максимизации прибыли) объемы производства йогурта и кефира в зависимости от p_1 .