

Problem Set 16

Олигополия

Олигополии Курно и Штакельберга

Задача 1

В отрасли действуют только две фирмы, технологии которых описываются функциями издержек $c_1(q_1) = 0,5q_1$ и $c_2(q_2) = 1,5q_2$. Обратная функция спроса на продукцию отрасли имеет вид: $p(Q) = 2 - Q$.

- Найдите равновесие Курно.
- Повторите решение задачи, если $c_1(q_1) = q_1^2$ и $c_2(q_2) = 2q_2^2$.

Задача 2

Рассмотрите отрасль с двумя фирмами, производящими однородную продукцию. Технологии фирм описываются функциями издержек $c_j(q_j) = 2q_j$, $j \in \{1,2\}$. Функция совокупного спроса на продукцию, производимую отраслью, имеет вид $Q = 8 - p$. Предположим, что сначала первая фирма (лидер) решает, какое количество продукции произвести, а затем вторая фирма (ведомый), рассматривая выбор первой фирмы как данный, принимает решение о выпуске.

- Найдите равновесные выпуски обеих фирм.
- Покажите, что в равновесии кривая равной прибыли (изопробита) первой фирмы касается кривой реакции второй фирмы. Изобразите графически.
- Сравните найденное в пункте а) равновесие с равновесием при конкуренции по Курно. Изобразите равновесные выпуски в модели Курно на том же рисунке.
- Предположим теперь, что функция издержек второй фирмы имеет вид $c_2(q_2) = 6q_2$, а все остальные условия задачи являются неизменными. Найдите равновесные выпуски фирм в модели Штакельберга.

Левина и Покатович (задача 8 на стр. 389)

Задача 3

В отрасли действуют N фирм, производящих однородный товар. Объем выпуска i -й фирмы равен q_i , а отраслевой выпуск равен Q , $Q = \sum_{i=1}^N q_i$. Обратная функция спроса на продукцию фирм имеет вид $p = 100 - Q$. Каждая фирма при производстве товара несет переменные издержки $VC(q_i) = q_i^2$, а также покупает лицензию по цене F (лицензию нужно покупать только при ненулевом объеме выпуска).

- Предполагая, что число фирм в отрасли достаточно мало — настолько, что каждая из N фирм получает положительную прибыль, найдите уровни выпуска и прибыль каждой фирмы в равновесии Курно.
- Предполагая, что плата за лицензию — единственный барьер входа на рынок, найдите равновесное количество фирм N^* в отрасли в долгосрочном периоде, если сначала каждая фирма независимо от других принимает решение о входе, затем происходит конкуренция по Курно. Обсудите взаимосвязь N^* с величиной F .

Задача 4

Рассмотрите отрасль, в которой действуют N фирм, технологии которых описываются функциями издержек $c_j(q_j)$, $j = 1 \dots N$. Обратная функция спроса на продукцию данной отрасли $p(Q)$ является убывающей. Предполагая, что равновесие Курно и равновесие при совершенной конкуренции существуют, покажите, что тогда совокупный выпуск в равновесии Курно не превышает совокупный выпуск при совершенной конкуренции (в задаче не предполагается дифференцируемость функций $c_j(q_j)$ и $p(Q)$).

Задача 5

Рассмотрите отрасль, в которой N фирм, производящих однородную продукцию, конкурируют по Курно. Предположим, что все фирмы имеют одинаковые постоянные предельные издержки $c > 0$. Обратная функция совокупного спроса на продукцию отрасли имеет вид: $p(Q) = a - bQ$, причем $a > c$, $b > 0$. Предположим, в отрасли вводится налог на производство каждой единицы продукции, равный t .

- а) Как изменится равновесная цена продукции в результате введения налога?
- б) Как изменится равновесная цена продукции в результате введения налога в случае монополии на данном рынке?
- в) Сравните результаты пунктов а) и б): в каком случае введение налога приведет к большему изменению цены продукции?

Левина и Покатович (задача 3 на стр. 378)

Задача 6

Рассмотрите отрасль, в которой две фирмы конкурируют по Курно. Предположим, технологии обеих фирм характеризуются постоянными предельными издержками c_j , причем $c_1 > c_2$. Обратная функция совокупного спроса на продукцию отрасли имеет вид: $p(Q) = a - bQ$, где $a > b > 0$, $a > c_1$.

- а) При каком условии только одна из фирм будет производить продукцию в равновесии? Какая именно фирма? Найдите равновесный выпуск данной фирмы.
- б) Предположим, условие, полученное в пункте а), не выполняется. Найдите равновесие в этом случае.
- в) Как изменятся равновесные выпуски и прибыль каждой из фирм, найденные в пункте б), при изменении предельных издержек?
- г) Покажите, что для любой убывающей функции спроса и любых *возрастающих* функций издержек в случае, если предельные издержки первой фирмы для любого объема выпуска больше, чем второй, в равновесии первая фирма производит меньше, чем вторая.

По мотивам Mas-Colell и др. (задача 12.C.9) и Левина и Покатович (задача 6 на стр. 384)

Задача 7

Страны А и В являются единственными продавцами нефти на мировом рынке. Взаимодействие между ними происходит один раз и следующим образом: страна А объявляет, сколько нефти она произведет, после этого объявление об объеме выпуска делает страна В. Каждая страна может выбрать один из трех объемов выпуска (L , M или H). После этого сам выпуск продукции происходит одновременно. Платежная матрица представлена ниже:

а) Предположим, страны четко следуют сделанным объявлениям. Найдите равновесие Штакельберга.

б) Какого исхода следует ожидать, если страны не обязаны следовать сделанным объявлениям и могут выбирать любой объем выпуска для производства?

По мотивам Landsburg

Задача 8

На олигополистическом рынке магния работают две фирмы — «Магнус» и «Магняк», функции издержек которых одинаковы и имеют вид $TC(q) = q^2$. Если фирмы выберут уровни выпуска q_1 и q_2 , то на рынке установится цена, равная $(9 - (q_1 + q_2))$. Об этой зависимости цены от выпусков знают обе фирмы. Кроме того, обе фирмы знают функции издержек друг друга.

а) Промышленные шпионы из «Магняка» вывели, что «Магнус» собирается произвести 5 тонн магния ($q_1 = 5$). Сколько должен произвести «Магняк», если менеджеры фирмы верят этой информации и стремятся максимизировать прибыль?

б) На самом деле, информация о выпуске «Магнуса» из пункта а) была искусно подброшенной дезинформацией. Сколько единиц продукции в действительности выгодно произвести «Магнусу», если его менеджеры уверены, что дезинформация «сработала» и «Магняк» выберет уровень выпуска, найденный Вами в пункте а)?

в) Найдите выпуски фирм, если одновременно выполнены три условия:

1. «Магняк», в отличие от пункта а), не поверил дезинформации «Магнуса».
2. «Магнус» уверен, что «Магняк» поверил дезинформации.
3. «Магняк» уверен, что «Магнус» уверен, что «Магняк» поверил дезинформации.

г) Поняв общий принцип, сформулируйте и решите следующий пункт данной задачи.

д) Решите пункт с номером ∞ .

Пункты а)–в) из Межрегиональной олимпиады школьников НИУ ВШЭ и других вузов, 2012 г. (автор — Дмитрий Дагаев); автор пунктов г)–д) — Алексей Суздальцев.

Задача 9

Рассмотрите модель олигополии Штакельберга, в которой 3 фирмы последовательно принимают решение об объемах выпуска. Каждая фирма воспринимает выпуск предыдущих фирм как заданный и осознает свое влияние на выпуск последующих фирм. Рыночный спрос имеет вид $Q = 1 - P$, фирмы не несут переменных издержек.

а) Найдите равновесные выпуски фирм в данной игре.

б) Сравните суммарный выпуск из пункта а) с суммарным выпуском в модели Курно с такими же фирмами и таким же спросом.

в) Покажите для произвольного N , что в этих условиях объем выпуска каждой фирмы зависит только от ее номера и не зависит от количества последователей данной фирмы. Иными словами, если фирма, например, вторая в очереди, то ее выпуск в равновесии Штакельберга не будет зависеть от того, есть у нее еще 1 последователь или их 10.

Ценовая конкуренция**Задача 10**

Рассмотрите отрасль, в которой существует N фирм, конкурирующих по Бертрону и имеющих постоянные предельные издержки c_i для i -й фирмы (постоянных издержек нет) и одновременно выбирающих цены товаров p_i . Спрос на рынке задан уравнением $P = a - Q$, $a > c$, деньги бесконечно делимы.

а) Пусть $N = 2$, $c_1 = c_2$. Найдите равновесный исход и покажите, что все остальные исходы таковыми не являются.

б) Пусть $N = 3$, $c_1 = c_2 = c_3$. Найдите все равновесия и обобщите этот результат для любого $N > 2$.

в) Ответьте на вопрос пункта а), если теперь $c_1 < c_2$.

г) (Самостоятельно.) Пусть $\varepsilon > 0$ — самая маленькая конечная денежная единица измерения (например, 1 копейка). Изменятся ли ваши ответы в пунктах а)–в)?

д) (Самостоятельно.) Представьте, что в условиях пункта а) одна из фирм перед началом взаимодействия сделала следующее заявление: *Если другая фирма поставит цену ниже, чем моя цена, то я компенсирую разницу цен всем потребителям, которые придут за товаром ко мне.* Найдите равновесные цены.

Задача 11

Рассмотрите модель Бертрона с линейным спросом, в которой конкурируют две фирмы с постоянными предельными издержками. Также обе фирмы несут одинаковые квазипостоянные издержки: если фирма хоть что-то продает, она платит сумму F , если нет, то не платит. Известно, что в равновесиях пунктов а) и б) на рынке продается положительное количество товара.

а) Найдите равновесие в однократной игре, в которой фирмы одновременно и независимо назначают цены.

б) Найдите равновесие, совершенное в подыграх, в однократной игре, в которой сначала первая фирма назначает цену, а затем вторая.

Задача 12

На рынке двух несовершенных субститутов спрос имеет следующий вид: $Q_1 = 64 - 4P_1 + 2P_2$ для первого товара и $Q_2 = 50 - P_2 + P_1$ для второго товара. Кроме того, известно, что предельные издержки производства первого товара равны 5, а второго товара — 4.

а) Найдите равновесие, если обе компании одновременно устанавливают цены. Проиллюстрируйте равновесие графически.

б) Найдите равновесие, если сначала первая фирма устанавливает цену на свой напиток, а затем вторая, зная, какую цену установит первая, объявляет цену своего продукта. Проиллюстрируйте равновесие графически.

в) Какой из вариантов конкуренции будет предпочтительнее для каждой компании?

Задача 13

Вася и Петя — чиновники-коррупционеры. Вася работает в санэпидемстанции, а Петя — в пожарной инспекции. Каждый человек, который хочет открыть бизнес, должен получить разрешение от обоих чиновников. Спрос на каждую из справок представлен одинаковыми функциями $q = D(P)$, где $D'(\cdot) < 0$, а $P = p_1 + p_2$ (p_1 и p_2 — величины взятки Васи и Пети соответственно).

Каждый из чиновников независимо от другого устанавливает размер взятки, которую он берет со своих клиентов, максимизируя свою коррупционную выручку. Узнав об этом, мэр города решил уволить Васю и Петю, объединить два ведомства и назначить для выдачи справок чиновника Машу. К сожалению, Маша — тоже коррупционер, поэтому и она будет выбирать величины обеих взяток так, чтобы максимизировать свой коррупционный доход.

а) Покажите, что, несмотря на это, равновесные величины взятки должны снизиться после объединения ведомств. **Если у вас не получается решить пункт в общем виде, выберите любую функцию спроса, удовлетворяющую условию, и докажите данный факт для нее.**

б) Приведите содержательное экономическое объяснение полученного результата. В частности, объясните, почему равновесные цены при создании монополии меняются не в ту сторону, в какую обычно.

Модели с размещением**Задача 14**

В темно-синем лесу, где трепещут осины, есть аллея длины L . Из каждой точки аллеи растет дерево, под каждым деревом сидит заяц, каждый заяц хочет съесть одну морковку (деревья расположены на аллее с единичной плотностью). Морковки продаются только в двух магазинах, которые тоже расположены на этой аллее (первый продает морковку по цене p_A и находится на расстоянии a от начала аллеи, второй продает морковку по цене p_B и находится на расстоянии b от конца аллеи). Предельные издержки производства одной морковки для магазинов равны 0. По аллее бродит Серый Волк, поэтому зайцы боятся самостоятельно добираться до магазинов. Безопасную доставку зайцев до магазина и обратно осуществляет Дед Мазай, который взимает с каждого доставленного зайца t рублей за каждую единицу расстояния от дерева, под которым сидит заяц, до магазина (он берет деньги только за доставку в одну сторону, а обратно отвозит бесплатно). Каждый заяц едет в тот магазин, где его затраты на покупку (стоимость морковки плюс транспортные расходы) меньше.

а) Пусть магазины одновременно и независимо выбирают p_A и p_B , максимизируя прибыль. Найдите их равновесные значения и прибыль каждого магазина.

б) Пусть магазины могут выбирать не только цены, но и свое местоположение на аллее перед этим. Докажите, что в этом случае равновесия не существует.

в) Пусть $L = 100$, $a = 40$, $b = 34$, $t = 1$. Вторым магазином нанял Красную Шапочку, которая обезопасила от Серого Волка ту половину аллеи, на которой находится второй магазин, то есть теперь перемещение по этой половине для зайцев безопасно и бесплатно. Красная Шапочка оказывает свои услуги за небольшую фиксированную плату. Найдите равновесие в случае, когда магазины одновременно выбирают цены.

По мотивам Hotelling (1929)

Задача 15

В некоторой стране есть два города и прямая дорога между ними. В каждом городе живет ровно треть населения, а оставшаяся треть равномерно распределена вдоль дороги. Джим Бим и Джек Дэниэлс — единственные во всей стране владельцы лицензий на продажу алкогольных напитков. Рынок этой продукции строго регулируется — государство установило фиксированную цену \bar{p} на бутылку любого алкоголя. Каждый производитель несет фиксированные предельные издержки c ($c < \bar{p}$).

Сначала Джим и Джек независимо решают (максимизируя каждый свою прибыль), где разместить магазины (в одном из городов или на дороге), а затем каждый житель страны принимает решение, в какой из двух магазинов идти (чем ближе идти, тем лучше). Если магазины расположены в одной точке, то потребители делятся поровну между ними.

- а) Найдите равновесное по Нэшу расположение магазинов.
- б) Является ли это расположение эффективным?

По мотивам Church и Ware (глава 11, задача 6)

Ценовое лидерство**Задача 16**

Рассмотрите отрасль, в которой две фирмы, с функциями издержек $c_1(q_1) = cq_1$, где $c > 0$, и $c_2(q_2) = q_2^2/2$, производят однородную продукцию. Сначала первая фирма (лидер) устанавливает цену, а затем вторая фирма (ведомый) выбирает объем выпуска, максимизирующий прибыль. Функция спроса на продукцию имеет вид: $D(p) = a - bp$, где $a, b > 0$; $a/b \gg c$.

- а) Найдите равновесие и изобразите графически.
- б) Ответьте на вопрос предыдущего пункта, если фирмы меняются местами.

Сговор, картель и слияние**Задача 17**

В отрасли работают три фирмы, производящие однородный товар. Уровень производства i -й фирмы равен q_i , $Q = q_1 + q_2 + q_3$. Функция спроса на данный товар имеет вид $p(Q) = 100 - Q$. Функция издержек каждой фирмы имеет вид $TC(q_i) = 10q_i + 2$.

- а) Найдите уровень производства и уровень прибыли каждой фирмы в равновесии Курно.
- б) Фирма 2 и фирма 3 слились в новую компанию (назовем ее фирмой 4). Покажите, что в новом равновесии Курно прибыль фирмы 4 меньше, чем суммарная прибыль фирм 2 и 3 в пункте а). Приведите содержательное экономическое объяснение этому факту: почему прибыль может уменьшиться при начале согласованных действий?
- в) Предположим, что одновременно с объединением фирмы 2 и 3 могут сделать объявление относительно того, какой объем выпуска будет производить фирма 4, и ни при каких обстоятельствах не смогут отклониться от объявленного объема. Фирма 1 выбирает объем выпуска, учитывая это объявление. Увеличится ли прибыль фирмы 4 в этом случае по сравнению с ее прибылью в пункте б) и по сравнению с суммарной прибылью фирм 2 и 3 в пункте а)? Приведите содержательное объяснение получившихся результатов.

Задача 18

Рассмотрите бесконечно повторяющуюся модель дуополистической конкуренции по Бертрану, в которой фирмы, использующие стратегии возвращения к равновесию по Нэшу, дисконтируют свои будущие выигрыши в соответствии с коэффициентом дисконтирования $\delta = 2/3$. Обратная функция совокупного спроса имеет вид: $P = 10 - Q$. Пусть в первом периоде предельные издержки фирм равны 2, а начиная со второго периода они становятся равными 4. Может ли монопольная цена, соответствующая издержкам данного периода, быть поддержана в качестве совершенного в подыграх равновесия по Нэшу? Как изменится ваш ответ, если издержки всех периодов, кроме первого, равны не 4, а 8?

Левина и Покатович (задача 18 на стр. 411)

Задача 19

Рассмотрите отрасль с N фирмами, производящими однородную продукцию, технологии которых описываются дифференцируемыми функциями издержек $c_j(q_j)$. Обратная функция спроса на продукцию отрасли дифференцируемая и убывающая.

- а) Выпишите дифференциальную характеристику равновесия картеля.
- б) Предполагая, что в равновесии при образовании картеля выпуски всех фирм положительны, покажите, что картель неустойчив, т.е. каждой фирме выгодно увеличить свой выпуск.

Задача 20

Рассмотрите отрасль с тремя фирмами, конкурирующими по Курно. Все фирмы имеют одинаковые постоянные предельные издержки c . Совокупный спрос на продукцию отрасли имеет вид $Q = a - p$, причем $a > c$.

Фирма 1 и фирма 2 планируют слияние, в результате которого предельные издержки объединенной фирмы (будет обозначать ее индексом 4) составят c_4 , причем $0 < c_4 \leq c$. Решение о слиянии будет принято лишь в том случае, если прибыль объединенной фирмы превысит сумму прибылей первой и второй фирм до слияния.

а) Почему вообще слияние может не произойти? Приведите содержательное экономическое объяснение этому факту: почему прибыль может уменьшиться при начале согласованных действий?

б) Найдите равновесный выпуск и прибыль каждой фирмы до слияния, равновесный выпуск отрасли и цену продукции.

в) Предположим, слияние произошло. Найдите равновесие в образовавшейся дуополии Курно. При каком условии равновесный выпуск фирмы 3 будет нулевым? Возможно ли, что в равновесии выпуск объединенной фирмы (фирмы 4) будет нулевым?

г) Покажите, что если $c_4 = c$, то слияние не произойдет.

д) Предположим, что одновременно с объединением фирмы 1 и 2 могут сделать объявление относительно того, какой объем выпуска будет производить фирма 4, и ни при каких обстоятельствах не смогут отклониться от объявленного объема. Фирма 3 выбирает объем выпуска, учитывая это объявление. При каких значениях c_4 слияние произойдет в этих условиях? Произойдет ли оно при $c_4 = c$?

Задача 21

Рассмотрите отрасль с обратной функцией спроса $P = 1 - Q$, где N фирм с одинаковыми постоянными предельными издержками $c_i = 0,4$ конкурируют по Курно. Все фирмы обратились к антимонопольной службе с просьбой разрешить слияние их в одну монополию. Согласно экспертным оценкам, в результате слияния всех фирм за счет синергетического эффекта предельные издержки объединенной фирмы упадут до $c = 0,4(1 - x)$. Найдите все значения $x \in (0; 1)$, при которых общественное благосостояние в результате слияния вырастет, или докажите, что их нет.

Задача 22

Рассмотрите две фирмы, которые в каждый период t игры, длящейся бесконечное число периодов, конкурируют по Бертрану, дисконтируя свои будущие выигрыши в соответствии с коэффициентом дисконтирования δ . Обе фирмы имеют одинаковые постоянные предельные издержки $c > 0$. Найдите условия, при которых фирмы, используя стратегии возвращения к равновесию по Нэшу, поддерживают на рынке монопольную цену в совершенном в подыграх равновесии по Нэшу, если

- а) фирма увидит, что конкурент отклонился от монопольной цены, только через T периодов;
- б) рыночный спрос в период t имеет вид: $Q_t(p) = \gamma^t Q(p)$, где $0 < \gamma\delta < 1$.

Задача 23

Рассмотрите бесконечно повторяющуюся модель дуополистической конкуренции по Курно с дисконтным фактором $\delta < 1$. Обе фирмы имеют одинаковые постоянные предельные издержки $c > 0$. Обратная функция спроса имеет вид $p = \theta - \gamma q$, где $\theta > c$, $\gamma > 0$. Пусть стратегии фирм следующие: каждая фирма производит половину монопольного выпуска $(q_1; q_2) = (q^m/2; q^m/2)$ до тех пор, пока никто не отклоняется от этого выпуска, и переключается на выпуск, соответствующий равновесию по Нэшу в статической модели Курно в противном случае. При каких условиях фирмы будут придерживаться неявного сговора, производя половину монопольного выпуска в каждом периоде?

Задача 24

Заподозрив сговор на рынке товара A в маленьком городе N , городская администрация решила каждый день публиковать в вечерней газете цену этого товара во всех магазинах, которые им торгуют (благо, таких оказалось немного — всего 5). Представители администрации рассуждали следующим образом: теперь, когда информация о ценах будет на всеобщем обозрении, фирмы постесняются участвовать в сговоре и цены снизятся. Однако, вопреки ожиданиям, уже через день после начала публикации цена на товар A во всех магазинах не только не снизилась, но даже выросла. В чем, скорее всего, была ошибка администрации?

Источники

- Church, Jeffrey R и Roger Ware. *Industrial organization: a strategic approach*. Irwin/McGraw-Hill, 2000.
- Landsburg, Steven. *Price Theory & Applications*. Cengage, 2010.
- Mas-Colell, Andreu, Michael Dennis Whinston и Jerry R Green. *Microeconomic theory*. Т. 1. Oxford university press New York, 1995.
- Левина, Е. А. и Е. В. Покатович. *Микроэкономика: задачи и решения*. М.: Изд. дом ВШЭ, 2010.

Ссылки

- Hotelling, Harold. "Stability in Competition." *The Economic Journal* 39.153 (1929): 41-57.
- http://www.youtube.com/watch?v=jILgxeNBK_8 — Модель Хотеллинга во всей красе.
- Brown, Jeffrey R. and Austan Goolsbee. "Does The Internet Make Markets More Competitive? Evidence From The Life Insurance Industry," *Journal of Political Economy*, 2002, v110, 481-507.
- Miller, Amalia R., "Did the Airline Tariff Publishing Case Reduce Collusion?" *Journal of Law and Economics*, 53(3), 2010, 569-586
- Пара жизненных примеров конкуренции по Бертрону:
<http://www.nytimes.com/2012/03/31/nyregion/in-manhattan-pizza-war-price-of.html>, http://www.boston.com/bostonglobe/editorial_opinion/oped/articles/2009/10/28/latest_battle_in_book_price_wars/.