Fondamenti di Informatica I (12 cfu) - A.A. 2013-2014

Corsi di Laurea in Ingegneria Gestionale

Sapienza Università di Roma

Esercitazione in laboratorio

Venerdì 2 maggio 2014

Introduzione

Facendo riferimento al file `Esercitazione8.py` si risolvano gli esercizi che seguono. Per ogni esercizio verrà richiesto di

- realizzare uno o più metodi la cui segnatura è già presente nel file
- la realizzazione di una classe di prova che verifichi il corretto funzionamento dei metodi confrontando il risultato ottenuto dall'esecuzione del metodo con il risultato calcolato manualmente.

Scopo principale dell'esercitazione è capire in che modo si può riccorrere alla definizione di funzioni ausiliarie che realizzino sottofunzioni più semplici dei problemi proposti.

Esercizio 1

Il numero **6174** è conosciuto come la **costante di Kaprekar** in onore del matematico indiano Dattatreya Ramachandra Kaprekar che la scoprì. Tale numero possiede la seguente proprietà:

1. Prendere qualsiasi numero di quattro cifre, usandone almeno due differenti. (Si possono inserire degli zero anche all'inizio.)
2. Posizionare le cifre in ordine decrescente e poi in ordine crescente così da ottenere due numeri di quattro cifre c_1 e c_2, aggiungendo degli zero iniziali se necessario.
3. Calcolare il numero $c = c_2 - c_1$ sottraendo il numero più piccolo da quello più grande.
4. Ripetere il processo partendo dal punto 2.

Il processo sopra descritto, conosciuto come **l'operazione di Kaprekar**, andrà sempre incontro al suo punto fisso, il 6174, in al massimo 7 iterazioni. Una volta raggiunto il 6174, il processo continuerà a dare 7641 – 1467 = 6174. Per esempio, se consideriamo il numero 3524, occorrono tre applicazioni dell'operazione di Kaprekar per giungere alla costante di Kaprekar:

```
5432 - 2345 = 3087
8730 - 0378 = 8352
8532 - 2358 = 6174
```

Scrivere una funzione Python `kaprekar(n)` che dato un numero n restituisce il numero di applicazioni dell'operazione di Kaprekar necessarie per raggiungere la costante di Kaprekar a partire da n.

Esercizio 2

Lo sviluppo di Laplace è un metodo di calcolo del determinante. Si procede scegliendo una riga, la i-esima, tramite la formula:

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} C_{i,j}$$

dove $C_{i,j}$ è il complemento algebrico della coppia (i, j), cioè $C_{i,j}$ è data da $(-1)^{i+j}$ per il determinante (minore) di ordine $n-1$ ottenuto dalla matrice A eliminando la riga i-esima e la colonna j-esima.

Scrivere una funzione Python `determinante(A, i)` che data una matrice quadrata A restituisca il determinante di A applicando lo sviluppo di Laplace alla riga i-esima. Si utilizzino le matrici che seguono per verificare la correttezza del valore calcolato.

$$det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = 0$$

$$det \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 6 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 4 & 1 \end{pmatrix} = -16$$

Esercizio 3

Lo sviluppo di Laplace risulta particolarmente efficiente solo per matrici molto piccole o contenenti un gran numero di zeri. In particolare, risulta conveniente scegliere di applicare lo sviluppo rispetto alla riga con il minore numero di zeri, per limitare il numero di chiamate ricorsive.

Scrivere una funzione Python `determinante(A)` che calcoli il determinante della matrice A applicandolo rispetto alla riga contenente il maggior numero di valori pari a zero.