



دانشکده‌ی علوم ریاضی



۶ اسفند ۱۳۹۴

اصول سیستم‌های کامپیوتری

پاسخنامه‌ی میان‌ترم اول - مدارهای منطقی

زمان: ۳ ساعت

استاد: دکتر حمیدرضا ماهیار

۱ مبنا

۱.۱ تبدیل مبناهای زیر را انجام دهید.

- $(126.5515)_7 = (45.D24)_{Hex}$
- $(1001\ 0101\ 1000\ 0111)_{BCD} = (22563)_8$
- $(11 : 25)_{60} = (1010101101)_2$
- $(1A7)_{16} = (647)_8$

نکته ۱ در مورد اول دقت کنید که ۴ رقم معنی‌دار در مبنای ۷ می‌تواند حداکثر نشان‌دهنده‌ی ۳ رقم در مبنای ۱۶ باشد.

$$\frac{1}{7^4} \approx \frac{1}{16^3}$$

۲.۱ اعمال جمع و تفریق زیر را با استفاده از روش متمم مبنا انجام دهید.

- $(22)_5 + (3)_5 = (30)_5$

•

$$\begin{aligned} & (0110\ 1000\ 0010\ 0101)_{BCD} + (-0000\ 0011\ 1000\ 0101)_{BCD} \\ &= (0000\ 0110\ 1000\ 0010\ 0101)_{BCD} \\ &+ (1001\ 1001\ 0110\ 0001\ 0101)_{BCD} \\ &= (0000\ 0110\ 0100\ 0100\ 0000)_{BCD} \end{aligned}$$

•

$$\begin{aligned} & (52 : 55)_{60} - (54 : 51)_{60} \\ &= (0 : 52 : 55)_{60} \\ &+ (59 : 5 : 9)_{60} \\ &= (59 : 58 : 4)_{60} \\ &= (-1 : 56)_{60} \end{aligned}$$

پاسخنامه‌ی میان‌ترم اول-۱

•

$$\begin{aligned}
 & (1A7)_{16} - (-34F)_{16} \\
 &= (0\ 1A7)_{16} - (F\ CB1)_{16} \\
 &= (0\ 1A7)_{16} + (0\ 34F)_{16} \\
 &= (4F6)_{16}
 \end{aligned}$$

۳.۱ عدد 120- در مبنای دو به صورت یک عدد هشت بیتی با هریک از سیستم‌های زیر نمایش دهید.

- Signed Magnitude

1 1111000

- One's Complement

1 0000111

- Two's Complement

1 0001000

۴.۱ عددهای زیر را به کدهای گفته شده تبدیل کنید (در مورد کد گری روش خود را توضیح دهید)

- BCD 2421

632

1100 0011 0010

- BCD excess-3

129

0100 0101 1100

- BCD 8, 4, -2, -1

478

0100 1001 1000

- Gray Code (Bonus)

21

11111

254

10000001

1031

11000000100

نکته ۲ برای به دست آوردن کد گری عدد مورد نظر در مبنای دودویی را یک واحد به راست شیفت داده و با عدد اصلی XOR می‌کنیم.^۱

^۱http://en.wikipedia.org/wiki/Gray_code

۲ با ساده‌سازی عبارات زیر، تعیین کنید کدام دو عبارت نمایش متفاوتی از یک تابع هستند.

- $\overline{x(\overline{y} + v + \overline{x})} + \overline{(x + \overline{z} + \overline{w})(\overline{y} + v + \overline{w})}$

$$= \overline{x} + y\overline{v}x + \overline{x}zw + y\overline{v}w$$

$$= \overline{x} + y\overline{v} + y\overline{v}w$$

$$= \overline{x} + y\overline{v}$$

- $\overline{\overline{x}(\overline{w} + \overline{x}(w + \overline{z}))}(x + \overline{y} + \overline{v})$

$$= x + w(x + \overline{w}z) + \overline{x}yv$$

$$= x + wx + w\overline{w}z + \overline{x}yv$$

$$= x + yv$$

- $xz + yv(\overline{x} + z) + x\overline{z}$

$$= x + yv(\overline{x} + z)$$

$$= (x + yv)(x + \overline{x} + z)$$

$$= x + yv$$

- $(y\overline{v} + \overline{x}v)\overline{(\overline{y} + \overline{v})(\overline{w} + x)\overline{w}}$

$$= (y\overline{v} + \overline{x}v)(yv + w\overline{x} + w)$$

$$= (y\overline{v} + \overline{x}v)(yv + w)$$

$$= y\overline{v}w + \overline{x}yv + \overline{x}vw$$

۳ خاصیت شرکت‌پذیری را روی عملگر NOR تحقیق کنید.

یکی از توابع بولی دو متغیره تابع NOR است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x \downarrow y = \overline{(x + y)}$$

آیا این تابع خاصیت شرکت‌پذیری دارد؟ اثبات یا رد کنید.

جواب. همانطور که در زیر مشاهده می‌شود این عملگر خاصیت شرکت‌پذیری ندارد.

$$(x \downarrow y) \downarrow z = \overline{\overline{(x + y)} + z} = (x + y)\overline{z} = x\overline{z} + y\overline{z}$$

$$x \downarrow (y \downarrow z) = \overline{x + \overline{y + z}} = \overline{x}(y + z) = \overline{x}y + \overline{x}z$$

پاسخنامه‌ی میان‌ترم اول-۳

۴ طراحی مدار

تابع زیر داده شده:

$$F(a, b, c, d, e) = \sum(0, 2, 4, 5, 6, 9, 11, 12, 13, 17, 19, 21, 23, 25, 27)$$

$$d(a, b, c, d, e) = \sum(15, 20, 29, 31)$$

هر Prime Implicant دارای رنگ یکتا است. اینگونه تشخیص دهید که کدام درایه‌های ۲ جدول با هم در نظر گرفته شده‌اند.

۱.۴ این تابع را به صورت جمع حاصل ضرب‌ها (کمینه) بنویسید.

		de			
		00	01	11	10
bc	00	1			1
	01	1	1		1
	11	1	1	X	
	10		1	1	

$$a = 0$$

		de			
		00	01	11	10
bc	00		1	1	
	01	X	1	1	
	11		X	X	
	10		1	1	

$$a = 1$$

$$F = a'b'e' + a'cd' + ae + be$$

۲.۴ این تابع را به صورت ضرب حاصل جمع‌ها (کمینه) بنویسید.

		de			
		00	01	11	10
bc	00		0	0	
	01			0	
	11			X	0
	10	0			0

$$a = 0$$

		de			
		00	01	11	10
bc	00	0			0
	01	X			0
	11	0	X	X	0
	10	0			0

$$a = 1$$

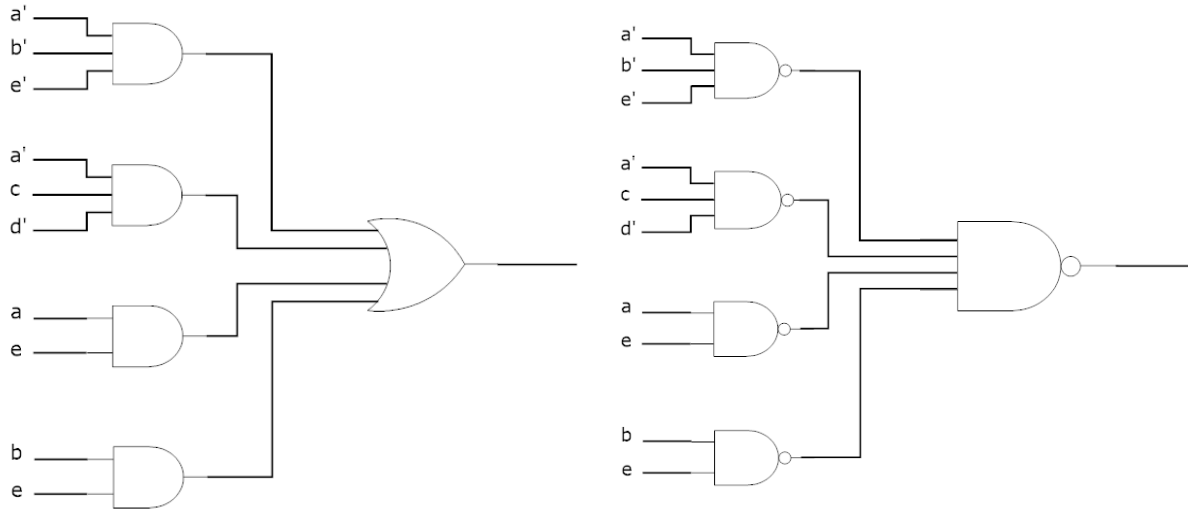
$$F = (a + b + c + e').(a + b + d' + e').(a' + e).(b' + c + e).(b' + d' + e)$$

پاسخنامه‌ی میان‌ترم اول-۴

۳.۴ مدار تابع مورد نظر را رسم کنید.

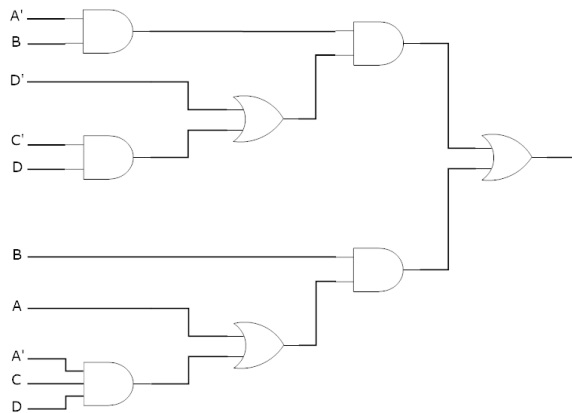
۴.۴ مدار یادشده را به صورت دو-مرحله‌ای تنها با گیت $NAND$ پیاده‌سازی نمایید.

راهنمایی: برای ساده‌سازی تابع از دو جدول کارنو استفاده کنید. در جدول رسم شده به خانه‌هایی که تنها در یک بیت، اختلاف دارند توجه کنید.



۵ مدار زیر را ساده کنید.

مدار زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن رسم نمایید.



$$\begin{aligned}
 F &= \overline{A}B(\overline{D} + \overline{C}D) + B(A + \overline{A}CD) \\
 &= \overline{A}B\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + BA + \overline{B}ACD \\
 &= B\overline{A} + BA = B
 \end{aligned}$$

پاسخنامه‌ی میان‌ترم اول-۵

۶ بررسی زوجیت بیت‌ها (امتیازی)

بررسی وجود خطاهای احتمالی در هنگام انتقال داده‌ها (تفاوت اطلاعات در مبدا و مقصد) یکی از مساله‌های مهم در زمینه‌ی انتقال اطلاعات است. برای این مساله، راه حل‌های متفاوتی پیشنهاد شده که یکی از آن‌ها بررسی زوجیت^۲ بیت‌های انتقالی است. در این روش اطلاعات به قسمت‌های مساوی تقسیم شده (مثلا تکه‌های 15 بیتی) و به هر قسمت یک بیت اضافه می‌شود به صورتی که تعداد بیت‌های 1 موجود در آن سری زوج شود. بنابراین هنگام اضافه کردن بیت آخر به تعداد 1 های موجود توجه می‌کنیم، اگر تعداد آن‌ها زوج بود، بیت آخر برابر 0 و اگر فرد بود بیت آخر برابر 1 می‌گردد (تا تعداد زوج شود) در هنگام دریافت اطلاعات نیز قبل از اینکه اطلاعات را به هر شکلی پردازش کنیم، ابتدا تعداد بیت‌های آن که برابر 1 است را می‌شماریم، اگر تعداد آن‌ها فرد بود متوجه می‌شویم که هنگام انتقال اطلاعات خطایی رخ داده است.

در این سوال از شما می‌خواهیم تا مداری طراحی کنید که با دریافت 16 بیت تعیین کند که آیا در این سری از بیت‌ها خطا وجود دارد یا خیر. به این صورت که اگر تعداد 1 ها زوج بود، خروجی برابر 0 و در غیر این صورت برابر 1 می‌گردد (به این معنی که در ورودی خطا وجود دارد).

جواب. همانطور که می‌دانید تابع XOR چند متغیره یک تابع فرد است. به این معنی که اگر تعداد 1 های ورودی فرد باشد خروجی این تابع 1 بوده و اگر تعداد آن‌ها زوج باشد خروجی آن 0 خواهد بود. بدین ترتیب کافی است بیت‌های ورودی را به یک گیت XOR با 16 ورودی بدهیم.

^۲ Parity Check