دانشکده‌ی علوم ریاضی

اصول سیستم‌های کامپیوتری ۱۹ فروردین ۱۳۹۵

پاسخنامه پایان‌ترم اول ـ جبرانی ـ مدارهای منطقی

استاد: حمیدرضا ماهیار زمان: ۲ ساعت

۱ Modulo 5 (35 points)

در این سوال هدف ما طراحی مداری است که با گرفتن یک عدد باینری خیلی بزرگ (مثلا 100 بیت) باقی‌مانده‌ی آن را بر 5 تعیین کند. از آنجایی که اولا تعداد بیت‌ها مشخص نیست و دوما طراحی مداری با 100 ورودی کاربردی نیست. مدار را به صورتی طراحی می‌کنیم که بیت‌های عدد ورودی را به صورت سریال (به ترتیب از کم‌ارزش‌ترین بیت تا پرارزش‌ترین بیت) دریافت کند.
در این نوع مدار، دو نکته مد نظر است:
اولا مدار نمی‌تواند بداند رشته‌ی ورودی دقیقا از کجا شروع شده است، بنابراین باید مدار نهایی یک پایه بازنشانی[۱] داشته باشد که قبل از ورود رشته‌ی اصلی آن پایه را 1 بدهیم.
دوما مدار نمی‌تواند بفهمد رشته‌ی ورودی دقیقا کجا پایان می‌یابد، بنابراین باید هر لحظه خروجی متناسب تا آن لحظه را در خروجی بدهیم.
برای مثال اگر رشته‌ی ورودی مقدار 11010011 داشته باشد. پس از بازنشانی مدار و شروع به دادن ورودی، پس از ورود اولین بیت، خروجی یک است و زمانی که بیت دوم وارد شد، تا اینجا عدد ورودی وارد شده برابر مقدار 3 است، بنابراین خروجی 11 خواهد بود.
برای طراحی مدار این سوال ابتدا FSM[۲] را ترسیم کنید.
سپس حالت[۳] های آن را کد کرده و با کشیدن جدول حالت، آن را به مینیمال‌ترین حالت ممکن ساده کنید. سپس در جدول حالت ورودی و خروجی مدار را بر اساس حالت‌ها لیست کنید و با استفاده از جدول کارنو ورودی فلیپ‌ـفلاپ‌ها و خروجی مدار را ساده کنید.
پی‌نوشت: برای این سوال، از یکی از انواع فلیپ‌ـفلاپ[۴] استفاده کنید که جواب نهایی کوتاه‌تر شود.

موارد مورد نیاز:

نمودار حالت، توابع تحریک فلیپ‌ـفلاپ‌ها و تابع خروجی.

[۱] reset
[۲] Finite State Machine
[۳] state
[۴] D-FF, T-FF, JK-FF

جواب. دقت کنید که باقی‌مانده‌ی توان‌های دو به عدد 5 به صورت دوره‌ای تغییر می‌کند. $(i \geq 0)$

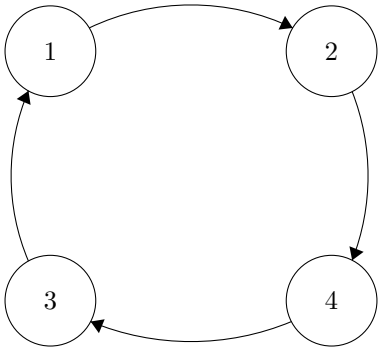
$$2^{4i} \equiv 1$$

$$2^{4i+1} \equiv 2$$

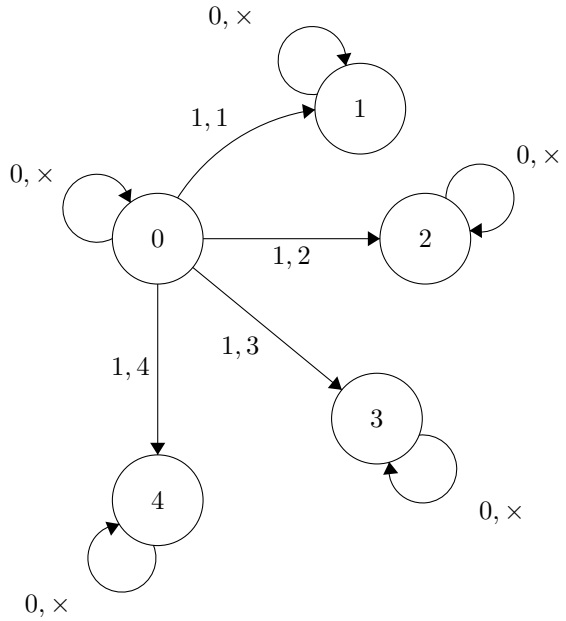
$$2^{4i+2} \equiv 4$$

$$2^{4i+3} \equiv 3$$

بنابراین کافیست اولا باقی‌مانده‌ی شماره‌ی رقم فعلی به 4 را در هر لحظه بدانیم و هر بار با توجه به آن، مقدار مناسب را به باقی‌مانده تا این لحظه اضافه کند.
به این منظور از یک شمارنده‌ی دو بیتی با چرخه شمارشی زیر (طبق چرخه توان‌های دو) استفاده می‌کنیم:



دقت کنید، نیازی نیست این شمارنده ورودی داشته باشد. در واقع با clock در این چرخه حرکت می‌کند. حال از خروجی این مدار استفاده می‌کنیم و آن را به همراه ورودی اصلی مدار (رشته دودویی) را به مدار ترتیبی زیر می‌دهیم (ورودی با علامت ، جدا شده):



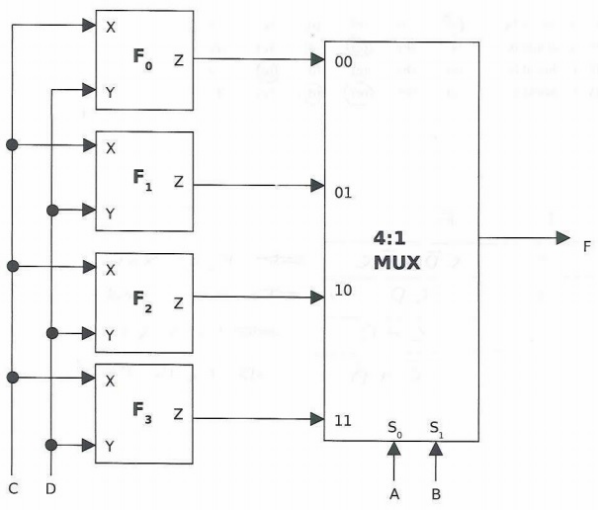
این نمودار فقط transition های خروجی از state شماره 0 را نشان می‌دهد. برای بقیه هم به همین منوال خواهد بود.
پس از تکمیل نمودار و جدول حالت، توابع تحریک را از روی آن به دست آورید.

۲ Combinational Circuits (25 points)

تابعی به شکل زیر داریم:

$$F = AB\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{D} + A\overline{B}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D$$

آن را به صورت زیر پیاده‌سازی کرده‌ایم:



موارد مورد نیاز:

هریک از توابع F_0 تا F_3 را معین نمایید.
جواب.

$$F_0 = x \oplus y$$
$$F_1 = xy$$
$$F_2 = x + y$$
$$F_3 = x \uparrow y$$

۳ Homing Robot (40 point)

می‌خواهیم یک ربات مسیریاب بسازیم. به این صورت که ابتدا در خانه‌ی پایین چپ یک صفحه‌ی شطرنجی است و هدف آن رسیدن به نقطه‌ی بالا راست، می‌باشد. در این صفحه در برخی خانه‌ها موانعی وجود دارد که ربات نمی‌تواند وارد آن شود، اما وقتی در یک خانه مستقر شده است حسگرهایی دارد که وضعیت‌های چهار خانه‌ی اطراف آن را به مدار کنترلی اعلام می‌کند. دقت کنید مرزهای صفحه نیز نوعی مانع به حساب می‌آیند.
هدف این سوال طراحی مدار کنترلی این ربات است.

ورودی سیستم:

چهار سیگنال به نام‌های بالا، پایین، چپ و راست داریم که در هر لحظه توسط حسگرهای دستگاه وارد می‌شوند. به این صورت که اگر در آن جهت مانع وجود داشت ورودی مربوطه 1 می‌شود.

خروجی سیستم:

خروجی مدار در واقع دو بیت است که به قسمت حرکتی ربات متصل می‌شود.
ورودی قسمت حرکتی ربات به صورت زیر است:

- 00 راست
- 01 بالا
- 10 چپ
- 11 پایین

توضیحات:

ربات به محض این‌که به خانه‌ی مقصد برسد منفجر می‌شود. 😁
ربات با یک حرکت به سمت راست، وارد جدول می‌شود. (مقدار اولیه فلیپ‌ـفلاپ‌ها صفر است)

موارد مورد نیاز

نمودار حالت و توابع تحریک فلیپ‌ـفلاپ‌ها.

جواب. اگر ربات، همواره به سمت راست خود (با توجه به آخرین حرکتش) حرکت کند، تمام خانه‌های جدول را بالاخره پیمایش می‌کند، بنابراین:

- اگر بالا رفته است باید اولین حرکتی ازراست، بالا، چپ، پایین که به مانع برخورد نکند انجام دهد.
- اگر راست رفته است باید اولین حرکتی از پایین، راست، بالا، چپ که به مانع برخورد نکند انجام دهد.
- اگر پایین رفته است باید اولین حرکتی از چپ ، پایین، راست، بالا که به مانع برخورد نکند انجام دهد.
- اگر چپ رفته است باید اولین حرکتی از بالا، چپ ، پایین، راست، که به مانع برخورد نکند انجام دهد.

بر این اساس می‌توان نمودار حالت را رسم کرد.
نکته: برای تغییر حالت‌ها می‌توان از priority encoder نیز استفاده کرد.