

תרגיל 2 - אוטומטים ושפות פורמאליות

להגשה עד ה-17.5

הגשה לתא 47 השמאלי (כתוב עליו את השם שלי)

בקומה התחתונה בבניין 216

רשמו על התרגיל שם מלא, ת.ז. וקבוצת הרצאה

1. אוטומט מכפלה (15 נקודות)

עבור הא"ב $\Sigma = \{0,1\}$ תהי שפת כל המילים המקיימות את שני התנאים:

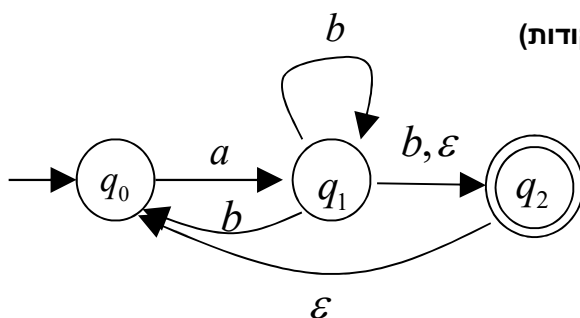
א. מספר ה'ים הוא אי זוגי.

ב. מסתיימות במחרוזת 01

בנו לשפה אוטומט סופי דטרמיניסטי ע"י האלגוריתם לבניית אוטומט המכפלה (כלומר, בנו בנפרד אס"ד עבור שפת כל המילים שמסתיימות במחרוזת 01 ואס"ד אחר עבור שפת המילים שמספר ה'ים הוא אי זוגי ולאחר מכן בנו את אוטומט המכפלה המתאים ע"י האלגוריתם שלמדנו בתרגול).

2. אוטומט סופי לא דטרמיניסטי (10 נקודות)

א. (5 נקודות) מהי שפת האסל"ד:



הערה: האסל"ד אינו יעיל ומכיל מצב מיותר ומעברים מיותרים. (כלומר ניתן לבנות אוטומט עם פחות מצבים ומעברים שמקבל את אותה שפה)

ב. (5 נקודות) המירו את האסל"ד מהסעיף הקודם באס"ד שקול ע"י האלגוריתם שנלמד בכיתה. אין צורך לפרט את כל השלבים (מספיק ציור).

3. סגירות של שפות רגולריות (30 נקודות)

תזכורת: בתרגיל הקודם הוגדרה פעולת reverse על שפות כך:

$$L^R = \{w \mid w^R \in L\} \quad (\text{כלומר, כל המילים שה reverse שלהם שייך ל } L).$$

תהי שפה רגולרית L. לפי המשפט שראינו בכיתה קיים אס"ד המקבל את השפה L.

בהינתן האס"ד A המקבל את השפה L, המוגדר ע"י החמישייה:

$$(\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$$

- א. (10 נקודות) הסבירו כיצד ניתן לשנות את האוטומט A לאסל"ד שמקבל את השפה L^R .
הגדירו את האסל"ד באופן פורמאלי ע"י החמישייה (השתמשו במשתנים של האסל"ד A בשביל ההגדרה של האסל"ד). מה ניתן להסיק לעניין סגירות של שפות רגולריות?
ב. (5 נקודות) בהסתמך על המסקנה מהסעיף הקודם, הוכח או הפרך: אם L אינה רגולרית אז L^R אינה רגולרית.
ג. (10 נקודות) הראו כיצד ניתן לשנות את האוטומט A לאסל"ד שמקבל את השפה L^* .
הגדירו את האסל"ד באופן פורמאלי ע"י החמישייה.
ד. (5 נקודות) הוכח או הפרך: אם L אינה רגולרית אז L^* אינה רגולרית.

4. ביטויים רגולריים (15 נקודות, כל סעיף 5 נקודות)
עבור הא"ב $\Sigma = \{a, b\}$, רשום ביטוי רגולרי עבור כל אחת השפות הבאות:

- a. שפת כל המילים שאורכן מתחלק ב3 או ב2 ללא שארית.
b. שפת כל המילים שלא מסתיימות ברצף 'ab'. (לדוגמא, המילים ab, bab, aaaab לא בשפה, והמילים ε , b, aa, baa, baba, בשפה).
c. שפת כל המילים שמכילות את הרצף aa וגם את הרצף bb. (babbab, aababb, babbab, בשפה, אבל bba או aab לא בשפה)

5. למת הניפוח (30 נקודות)
א. (20 נקודות) הוכח שהשפות הבאות אינן רגולריות ע"פ למת הניפוח, הא"ב $\Sigma = \{a, b\}$:
a. $L_1 = \{a^j \mid j \geq 1\}$ (כלומר שפת כל המילים שהן רצף של a'ים באורך עצרת של מספר גדול או שווה ל1. למשל a^6 או a^{24})

b. $L_2 = \{w \mid w = xx^R, x \in \Sigma^*\}$ (שפת כל המילים שניתן לחלק אותן לשניים כך שהחלק השני הוא ה reverse של החלק הראשון, למשל: babbab בשפה, אבל aba לא בשפה).

ב. (10 נקודות)

תהא $L = \{abw \mid |w|_a > |w|_b\} \cup \{aa, bb\}$ שפה מעל $\Sigma = \{a, b\}$.

הוכח כי השפה מקיימת את תנאי למת הניפוח.

(השפה L היא שפת כל המילים שמתחילות ב ab ואח"כ מספר a-ים גדול ממספר ה-b-ים, או המילים שמתחילות ב aa או bb.)

בהצלחה!!!

עקיבא