



مبانی برنامه‌سازی پایتون

نیم‌سال دوم ۹۶-۹۷

استاد: علی طاهری

تمرین چهارم

آخرین تمرین!

مهلت ارسال: ۲۰ خرداد

به موارد زیر توجه کنید:

- پاسخ تمرین را در سامانه‌ی کوثرای درس بارگذاری نمایید.
- مهلت ارسال پاسخ تمرین تا ساعت ۲۳:۵۹ روز اعلام‌شده است. بهتر است نوشتن تمرین را به ساعات پایانی موکول نکنید.
- هم‌کاری و هم‌فکری شما در حل تمرین مانعی ندارد، اما پاسخ‌های هر کس حتماً باید توسط خود شخص نوشته شده باشد.
- مبنای درس، اعتماد بر پاسخ‌های ارسال‌شده است؛ بنابراین ارسال پاسخ در سامانه‌ی داوری به این معناست که پاسخ آن تمرین، توسط شما نوشته شده است. در صورت تقلب یا اثبات عدم نوشتار پاسخ حتی یک سوال از تمرین، با هر دو طرف تقلب‌گیرنده و تقلب‌دهنده برخورد شدیدی صورت خواهد گرفت.
- مجموع تأخیر پذیرفته‌شده برای تمرینات، ۳۶ ساعت است. چنانچه تأخیری بیش از این مقدار داشته‌باشید، نمره‌ی یک‌سوم برای آن در نظر گرفته خواهد شد.

سؤال ۱. مونت کارلو (۱۵ نمره)

در این سوال، می‌خواهیم با استفاده از روش مونت کارلو، عدد π را تخمین بزنیم. همانطور که می‌دانید، مساحت دایره به شعاع واحد، برابر π است. بنابراین مساحت قسمتی از دایره که در ربع اول دستگاه مختصات قرار دارد، برابر $\frac{\pi}{4}$ است. همچنین می‌دانیم که مساحت مربع به ضلع ۱ که در حد فاصل بازه $[0, 1]$ روی محور x و y قرار دارد نیز برابر ۱ است. بنابراین اگر ما نقطه‌ای به تصادف در این مربع در نظر بگیریم، این نقطه به احتمال $\frac{\pi}{4}$ در داخل دایره قرار خواهد گرفت. در این سوال می‌خواهیم برنامه‌ای بنویسید که با انجام این نمونه‌گیری به تعداد زیاد، عدد π را تخمین بزند و تا جایی پیش برود که میزان دقت شما بیشتر از مقداری که در ورودی داده می‌شود (مثلاً 0.01) شود. برای مقایسه عدد بدست آمده خود در مرحله و بدست آوردن میزان خطا، می‌توانید از مقدار دقیق عدد π که می‌توانید با `math.pi` در پایتون به آن دسترسی داشته باشید، استفاده کنید. در آخر، عدد تخمینی خود را چاپ کنید.

سؤال ۲. لیست پیوندی (۱۵ نمره)

در این سوال، هدف اصلی استفاده از مفاهیم شی‌گرایی برای پیاده‌سازی لیست پیوندی است. لیست پیوندی داده ساختاری است که اطلاعات هر عضو در خانه‌هایی بنام `node` ذخیره می‌شود و هر عضو، اشاره‌گری به عنصرهای قبل و بعد خود دارد. فایل تحت عنوان `LinkedList.py` به شما داده شده است که در آن، بدنه اصلی کلاس‌هایی را که باید پیاده‌سازی کنید، آورده شده است. در پیاده‌سازی نباید از لیست پایتون استفاده کنید. پس از پیاده‌سازی لیست پیوندی، با ساختن یک نمونه از کلاس خود و اضافه و حذف عناصر به این لیست، از درستی پیاده‌سازی خود مطمئن شوید. در پایان نیز عناصر لیست خود را چاپ کنید. همچنین تابعی بنویسید که یک `linked list` را در ورودی گرفته و بدون استفاده از لیست پایتون مرتب کند.

سؤال ۳. لاک پشت (۱۵ نمره)

در این سوال، هدف نوشتن برنامه‌هایی است که با رویدادها مانند رویداد صفحه‌کلید یا اشاره‌گر موس کار می‌کنند. با استفاده از کتابخانه `turtle`، شما می‌خواهیم یک برنامه بنویسید که در ابتدا یک عدد از کاربر بگیرد. این عدد یکی از اعداد ۱، ۲ یا ۳ است. با وارد کردن عدد ۱ توسط کاربر، برنامه وارد محیط اول می‌شود. در این محیط، شما باید برنامه‌ای با استفاده از کتابخانه `turtle` بنویسید که بدین صورت باشد: یک جسم در وسط شکل موجود است. با وارد کردن کلیدهای چپ یا راست، سر جسم به سمت چپ یا راست می‌چرخد و با زدن کلید جلو، جسم به سمت جلو حرکت می‌کند. با وارد کردن عدد ۲، برنامه وارد محیط دوم می‌شود. در این محیط همانند محیط قبلی، یک جسم در صفحه داریم و این بار، این جسم حرکت موس را دنبال می‌کند. با وارد کردن عدد ۳، کاربر وارد محیط سوم می‌شود که در این محیط، جسم هر ۱ ثانیه یک بار، یک حرکت تصادفی انجام می‌دهد. بعنوان نمونه، فایل تحت عنوان `turtle.exe` آپلود شده است که با اجرای آن می‌توانید یک نمونه از چیزی که از شما انتظار پیاده‌سازی را داریم را مشاهده کنید.

سؤال ۴. رگرسیون خطی (۲۰ + ۱۰ نمره)

در علم محاسبات عددی، برای بدست آوردن رابطه خطی میان دو یا چند ویژگی، از رگرسیون خطی استفاده می‌کنند. در این سوال، ما از شما می‌خواهیم رگرسیون خطی را تنها برای دو ویژگی پیاده سازی کنید و ضرایب را محاسبه کنید. فرض کنید ویژگی اول، x و دومی y است. در این صورت، اگر ضرایب را a_0 و a_1 بنامیم، رابطه $y = a_0 + a_1 * x$ برقرار است. در آخر، از شما می‌خواهیم قسمت صحیح عدد تخمینی خود به ازای ورودی $x = 100$ را چاپ کنید. همچنین نموداری شامل خط تخمین زده شده بعلاوه نقاط اولیه داده شده را رسم کنید (این بخش تنها برای تحویل حضوری تمرین است. بنابراین کد مربوط به قسمت رسم نمودار را در کدی که در کوئرا ارسال می‌کنید، کامنت کنید).

اما قسمت امتیازی این سوال، مربوط به پیاده سازی رگرسیون خطی با دو متغیر است که ۱۰ نمره دارد و باز هم همانند رسم نمودار، داوری در کوئرا انجام نمی‌شود و کد آن را کامنت کرده و در تحویل حضوری بیاورید. بدین صورت که تعدادی نقطه سه بعدی داده می‌شود و از شما می‌خواهیم سه ضریب رگرسیون را از هر راهی که دوست دارید، بدست بیاورید.

ورودی:

در خط اول ورودی، عدد n داده می‌شود که برابر تعداد نقاط است. در دو خط بعدی در هر کدام n عدد می‌آید که خط اول مقدار x ها و خط بعدی مقدار y هاست.

خروجی:

در تنها خط خروجی، قسمت صحیح مقدار تخمینی خود به ازای ورودی $x = 100$ را چاپ کنید.

نمونه‌ی ورودی	نمونه‌ی خروجی
۱۳ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ -۲ ۶ ۷ ۶ ۱۰ ۱۱ ۱۴ ۱۴ ۱۵ ۱۸	۷۶

سؤال ۵. مهمان ناخوانده (۱۰ نمره)

سینا در حال گذراندن وقت خود در ماه مبارک رمضان بود و خسته و بی‌حال در گوشه‌ای از خانه افتاده بود که ناگهان زنگ خانه به صدا درآمد. بله! مهمان ناخوانده. امروز روز تولدش بود اما سینا از آنجایی که اصلاً به تولد اعتقادی ندارد و اصلاً دوست ندارد که کسی برایش تولد بگیرد، اصلاً یادش نبود. در را باز کرد و تعداد n دوست با یک کیک در دست وارد خانه شدند. سینا تولد دوست نداره ولی خیلی کیک دوست داره. برای همین هم دنبال یک روش مناسب برای تقسیم کردن کیکه. کیک گرده و تعداد دوستهای سینا هم n تاست که با خود سینا می‌شه $n + 1$ نفر. سینا می‌خواد این کیک رو به $n + 2$ قسمت کاملاً مساوی تقسیم کنه (چون خیلی کیک دوست داره، واسه خودش ۲ تا قسمت می‌خواد برداره). اما اصرار داره که این تقسیم بندی با کمترین تعداد برش انجام بشه. شما باید به سینا کمک کنید بفهمه که کمترین تعداد برش لازم برای تقسیم کیک به شکلی که تمام قطعه‌ها باهم برابر باشند و حتی از لحاظ شکل هم شبیه هم باشند، چندتاست.

ورودی:
در تنها خط ورودی، عدد n داده می‌شود.

خروجی:
در تنها خط خروجی، حداقل تعداد برشهای لازم را چاپ کنید

نمونه‌ی ورودی	نمونه‌ی خروجی
۳	۴
۴	۳

نکته: در نمونه ورودی اول، ۳ دوست داریم پس باید به ۴ قسمت تقسیم شود که برای این کار نیاز به ۵ برش داریم و در قسمت دوم، ۴ دوست داریم که نیاز به ۶ قسمت است که با ۳ برش می‌توان این کار را انجام داد.

سؤال ۶. دنباله فیبوناچی (۲۰ نمره)

- تابعی پیاده‌سازی کنید که کی ماتریس مربعی `numpy` را با یک عدد ورودی گرفته و به وسیله روش `fast exponential matrixization` به توان عدد را در خروجی چاپ کند. این روش در جلسه بازگشتی کلاس تدریس شده است. باید از `memization` که تدریس شده است استفاده کنید.
- ماتریس ستونی را در نظر گرفته که دو عنصر دارد. عنصر بالایی جمله n ام دنباله فیبوناچی و عنصر پایینی جمله $n+1$ ام دنباله فیبوناچی می‌باشد. یک ماتریس به نام A تعیین کنید که وقتی در این ماتریس ضرب می‌شود، نتیجه یک ماتریس ستونی می‌شود که عنصر بالایی جمله $n+1$ ام فیبوناچی و عنصر پایینی جمله $n+2$ ام فیبوناچی می‌باشد.
- تابعی بنویسید که عدد k را در ورودی گرفته و جمله k ام دنباله فیبوناچی را در خروجی چاپ کند. توجه کنید که ممکن است عدد ورودی تا ۱۰ به توان ۲۰ هم باشد و برنامه شما باید در کمترین زمان ممکن پاسخ دهد. از این رو باید از اعمال تابعی که در قسمت اول بر روی ماتریس A تعریف کردید استفاده کنید.