

# Laurea Triennale in Ingegneria Gestionale

## Corso di Fondamenti di Informatica A.A. 2017/2018

DEPARTMENT OF COMPUTER, CONTROL, AND  
MANAGEMENT ENGINEERING ANTONIO RUBERTI



**SAPIENZA**  
UNIVERSITÀ DI ROMA

**Alberi**

Riferimento: Problem solving with Algorithms and Data Structures using Python

# Introduzione

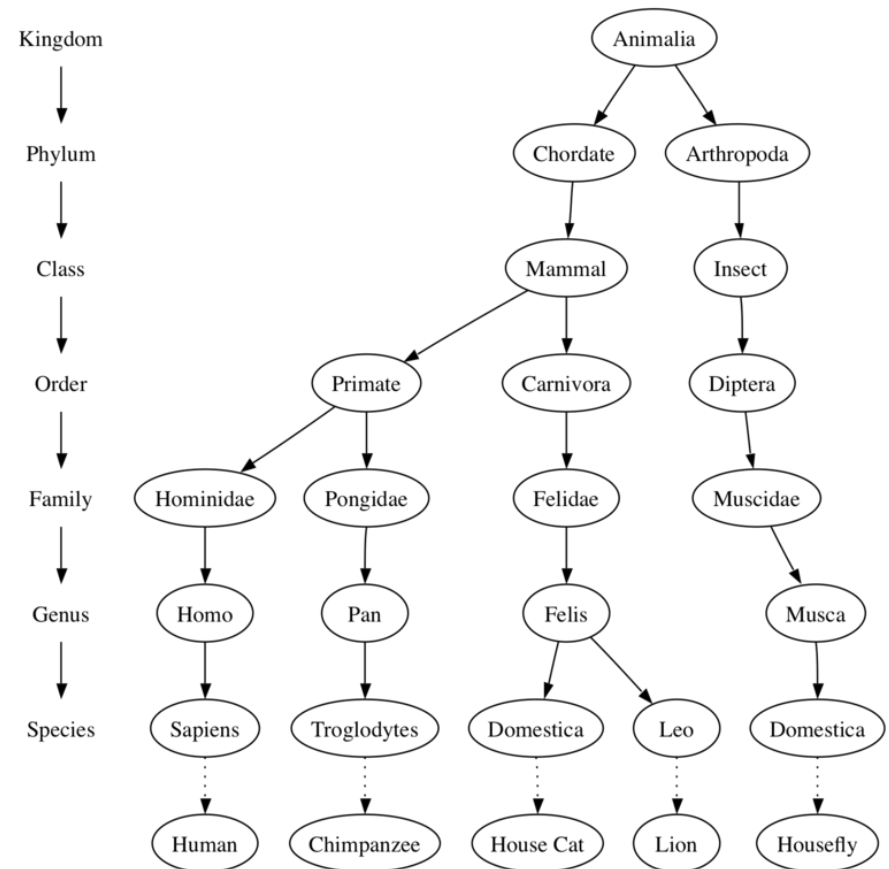
## Alberi

- Struttura dati molto comune con tantissime applicazioni in informatica
  - Sistemi operativi (e.g. struttura delle cartelle)
  - Basi di dati
  - Reti
  - ...
- Tipicamente rappresentati con la radice in alto e le foglie verso il basso

# Esempi/Proprietà

- struttura **gerarchica** composta da **nodi** ed **archi**
- categorie più generali in alto / più specifiche in basso
- ogni nodo, tranne le **foglie**, hanno uno o più figli
- i figli appartengono alla categoria più generale del padre

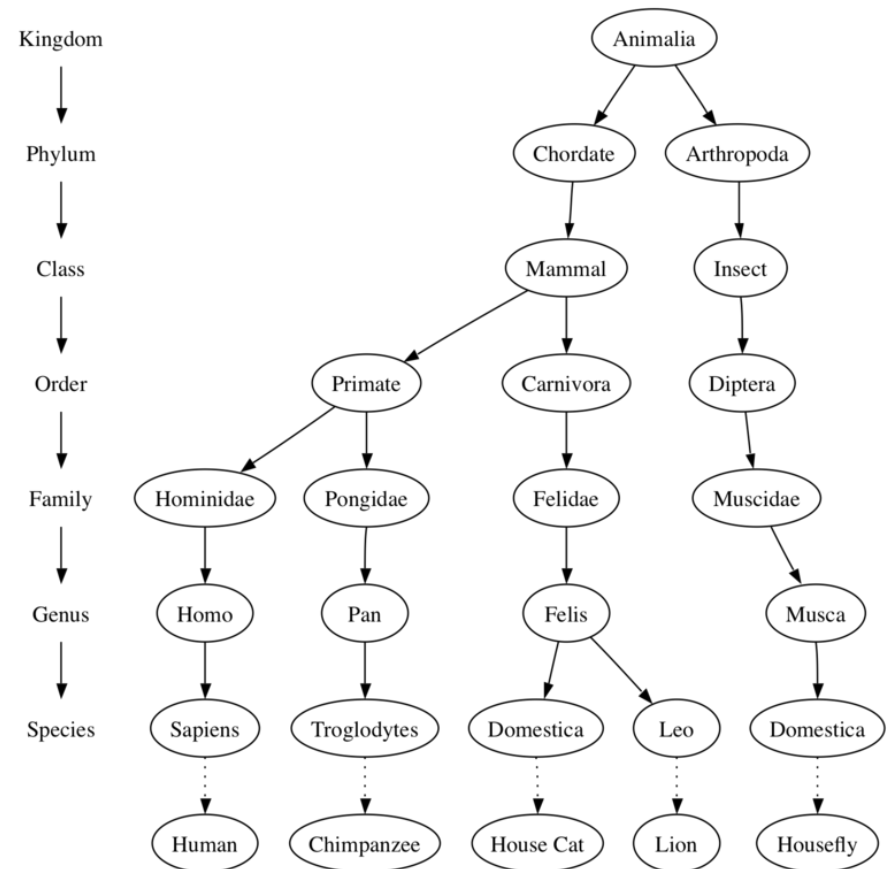
## Esempio: Biologia



# Esempi/Proprietà

- i nodi che appartengono a padri diversi sono indipendenti fra di loro
- i nodi-foglie sono univoci
- i percorsi dalla radice alle foglie trascorrono una serie di nodi/categorie che caratterizzano le foglie

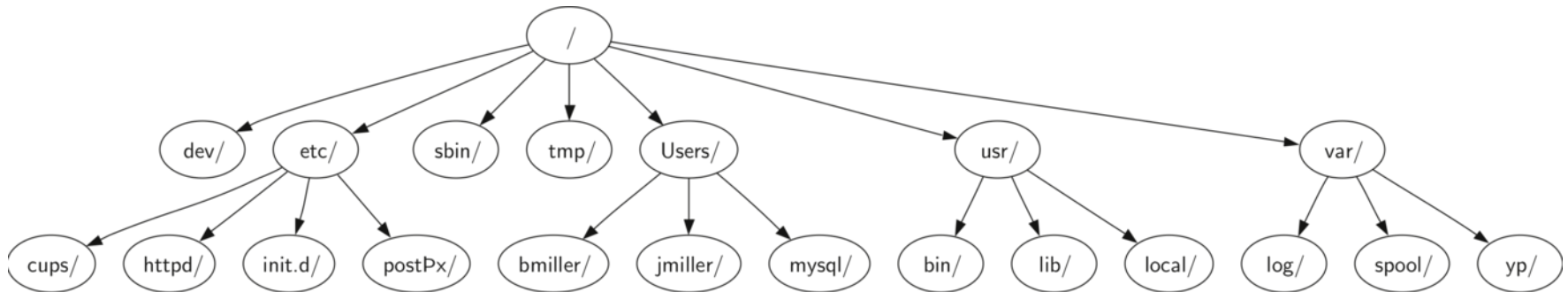
## Esempio: Biologia



# Esempi/Proprietà

- ogni nodo (tranne le foglie) può essere considerato la radice di un **sottoalbero** (subtree)
- si può spostare un intero sottoalbero in un'altra posizione senza dover modificare tutti i livelli successivi (per esempio comando mv)

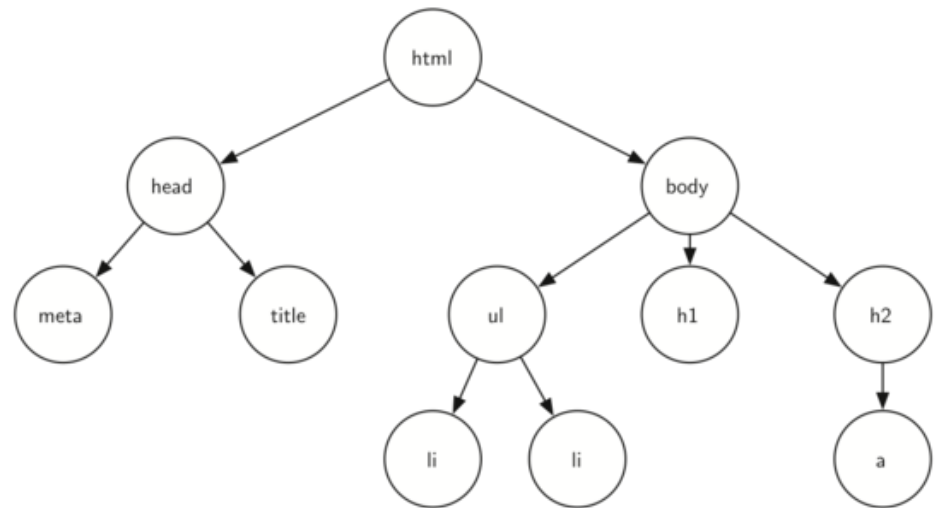
## Albero delle cartelle in Unix



# Esempi/Proprietà

- **HTML:** contiene il head ed il body
- **Head:** contiene il titolo e i meta
- **Body:** contiene vari elementi che compongono la pagina web

## Pagina web in HTML



# Definizioni/Terminologia (1/3)

## Nodi (nodes)

- possono avere un nome «chiave»
- tipicamente contengono dati associati

## Archi (edges)

- collegano due nodi e rappresentano una relazione fra di loro
- tutti i nodi tranne la radice hanno esattamente un arco in ingresso
- ogni nodo, tranne le foglie, può avere più archi in uscita

## Definizioni/Terminologia (2/3)

### Radice (root)

- l'unico nodo al livello più basso (zero) dell'albero
- non ha archi in ingresso

### Figli (children)

- tutti i nodi che hanno un arco in ingresso dal nodo  $n$  sono chiamati figli del  $n$

### Padre (parent)

- un nodo è il padre di tutti i nodi con cui è collegato con archi in uscita

### Fratelli (siblings)

- tutti i figli dello stesso nodo si chiamano fratelli



## Definizioni/Terminologia (3/3)

### **Sottoalbero (subtree)**

- l'insieme dei nodi e degli archi che contiene un padre (radice del sottoalbero) e tutti i suoi discendenti

### **Foglia (leaf)**

- un nodo che non ha figli

### **Livello (level)**

- corrisponde al numero di archi che contiene un percorso dalla radice fino al nodo in questione

### **Altezza (height)**

- Il livello massimo fra tutti i nodi dell'albero

## Definizione di un albero

Un albero consiste di un **insieme di nodi** ed un **insieme di archi** che collegano coppie di nodi.

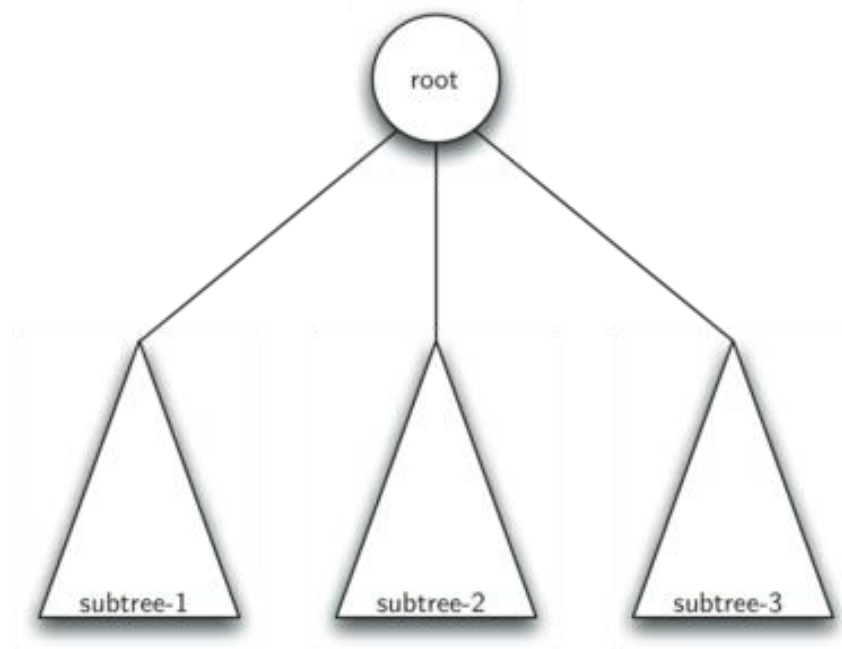
Un albero ha le seguenti proprietà:

- un nodo corrisponde alla **radice** dell'albero
- ogni nodo  $n$ , tranne la radice, è collegato con un arco da esattamente un nodo  $p$ , dove  $p$  è il padre di  $n$
- c'è un **unico percorso** che collega un nodo con la radice del albero
- se ogni nodo ha al **massimo due figli** l'albero viene chiamato **binario**

## Definizione di un albero (ricorsiva)

Un albero o è vuoto oppure è costituito da una radice e zero o più sottoalberi, ognuno dei quali è un albero.

La radice di un sottoalbero è collegata alla radice dell'albero-padre con un arco

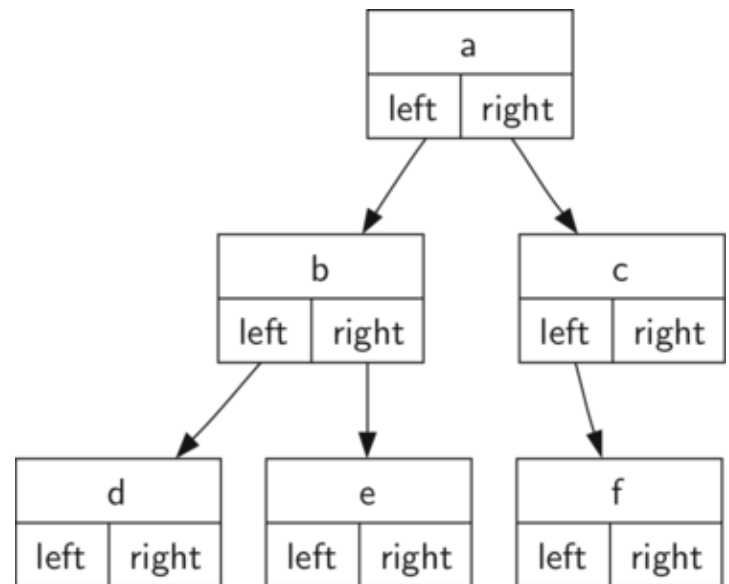


## Albero binario – Implementazione (1/3)

Un modo di rappresentare un albero è usando nodi e riferimenti.

Per un albero binario definiamo la classe BinaryTree:

```
class BinaryTree:
    def __init__(self, rootObj):
        self.key = rootObj
        self.leftChild = None
        self.rightChild = None
```



## Albero binario – Implementazione (2/3)

L'albero costruito ha solo un nodo (radice)

Per costruire l'albero servono due metodi per inserire il figlio sinistro e il figlio destro:

```
def insertLeft(self, newNode): # Analogamente per Right
    if self.leftChild == None:
        self.leftChild = BinaryTree(newNode)
    else:
        t = BinaryTree(newNode)
        t.leftChild = self.leftChild
        self.leftChild = t
```

- se non c'è un figlio il nodo viene semplicemente aggiunto
- se c'è già un figlio assegnato il nuovo nodo viene aggiunto e quello già esistente viene spostato come figlio del nuovo nodo

## Albero binario – Implementazione (3/3)

Metodi per accedere ai figli e alla radice del albero:

```
def getRightChild(self):  
    return self.rightChild
```

```
def getLeftChild(self):  
    return self.leftChild
```

```
def setRootVal(self, obj):  
    self.key = obj
```

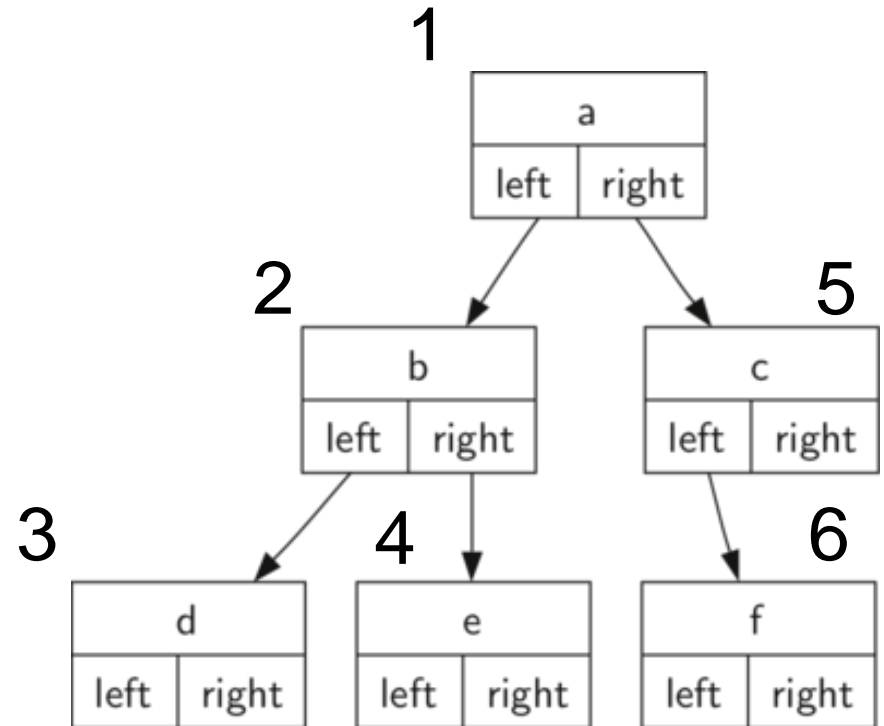
```
def getRootVal(self):  
    return self.key
```

# Metodi di visita

## Preordine:

```
def preordine(tree):  
    if tree == None:  
        return  
    print(tree.getRootVal())  
    preordine(tree.getLeftChild())  
    preordine(tree.getRightChild())
```

Per l'albero a destra:  
a,b,d,e,c,f



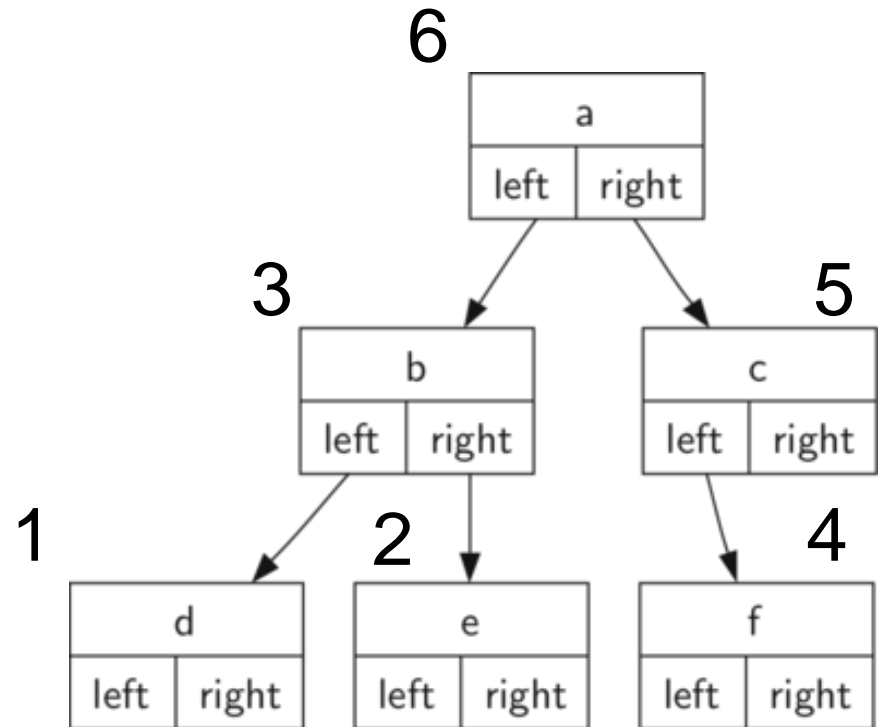
In generale, invece di stampare il valore si fa qualcosa di più utile

# Metodi di visita

## Postordine:

```
def postordine(tree):  
    if tree == None:  
        return  
    postordine(tree.getLeftChild())  
    postordine(tree.getRightChild())  
    print(tree.getRootVal())
```

Per l'albero a destra:  
d,e,b,f,c,a



In generale, invece di stampare il valore si fa qualcosa di più utile



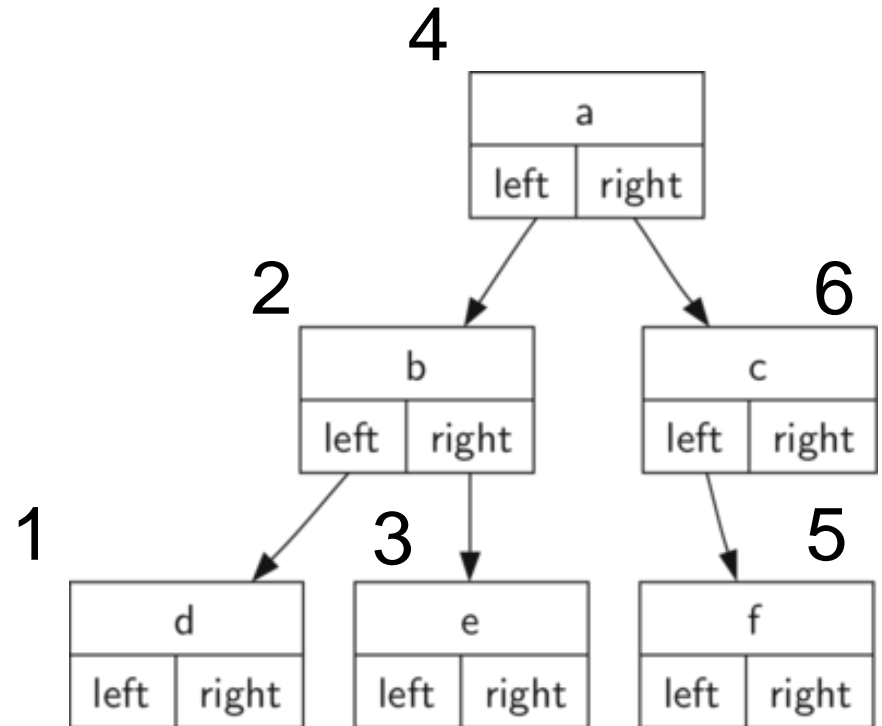
# Metodi di visita

## Simmetrica:

```
def simmetrica(tree):  
    if tree == None:  
        return  
    simmetrica(tree.getLeftChild())  
    print(tree.getRootVal())  
    simmetrica(tree.getRightChild())
```

Per l'albero a destra:

d,b,e,a,f,c



In generale, invece di stampare il valore si fa qualcosa di più utile